Musterlösung - Technische Mechanik III WiSe 2023/24 (18. März 2024)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Aufgabe 1 [18 Punkte]

a)

$$v_1 = \sqrt{\frac{c}{m}u^2 - 2g(h+u)}$$
$$v_2 = \sqrt{\frac{c}{m}u^2 - g(2h+2u+l)}$$

b)

$$v(\varphi) = \sqrt{\frac{c}{m}u^2 - g(2h+2u+l+2r(1-\cos(\varphi)))}$$

c)

$$u_{\min} = \frac{mg}{c} + \sqrt{\left(\frac{mg}{c}\right)^2 + \frac{mg}{c}\,(2h+l+5r)}$$

Aufgabe 2 [18 Punkte]

a)

$$\bar{\omega} = \frac{12}{25}(1+e)\frac{v_0}{l}$$

$$\bar{v} = \frac{1}{25}(9-16e)v_0$$

b)

$$y(x) = -\frac{1}{2}\frac{g}{\bar{v}^2}x^2$$

c)

$$\Delta x = \frac{\sqrt{2}}{25}(9-16e)v_0\sqrt{\frac{h}{g}}$$

Aufgabe 3 [21 Punkte]

a)

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{5}\frac{d}{m}\dot{\varphi} + \frac{4}{5}\frac{c}{m}\varphi = \frac{3}{5}\frac{F_0}{mR}\cos(\Omega t)$$

b)

$$\delta = \frac{1}{10}\frac{d}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4}{5}\frac{c}{m}}$$

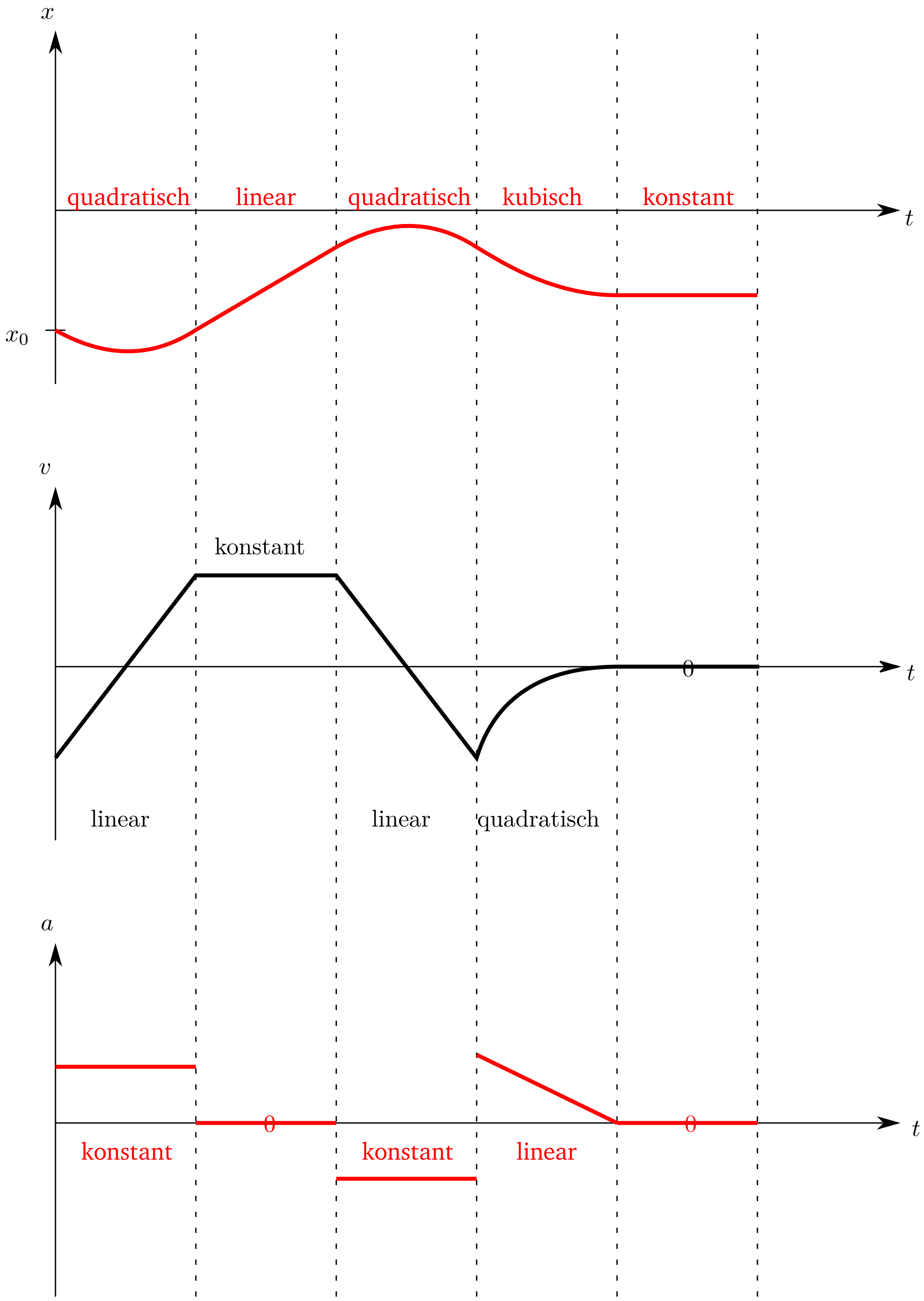
c)

$$\varphi(t) = 3\frac{F_0}{dR}\sqrt{\frac{5}{4}\frac{m}{c}}\sin(\omega t)$$

Kurzfrage 1 [5 Punkte]

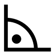
Gegeben ist das skizzierte Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm $v(t)$. Skizzieren Sie qualitativ das zugehörige Weg-Zeit-Diagramm $x(t)$ und das Beschleunigungs-Zeit-Diagramm $a(t)$ in die folgende Abbildung. Beschriften Sie zudem die Art der Verläufe (Null, konstant, linear, quadratisch, ...).

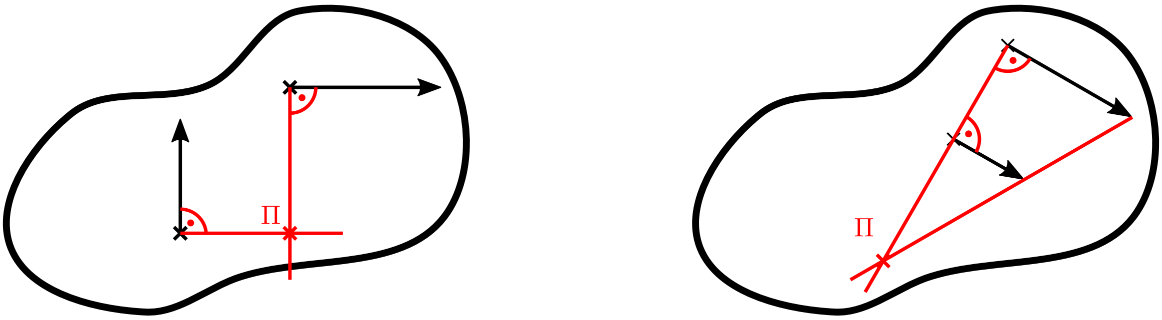
Gegeben: $x(t = 0) = x_0$



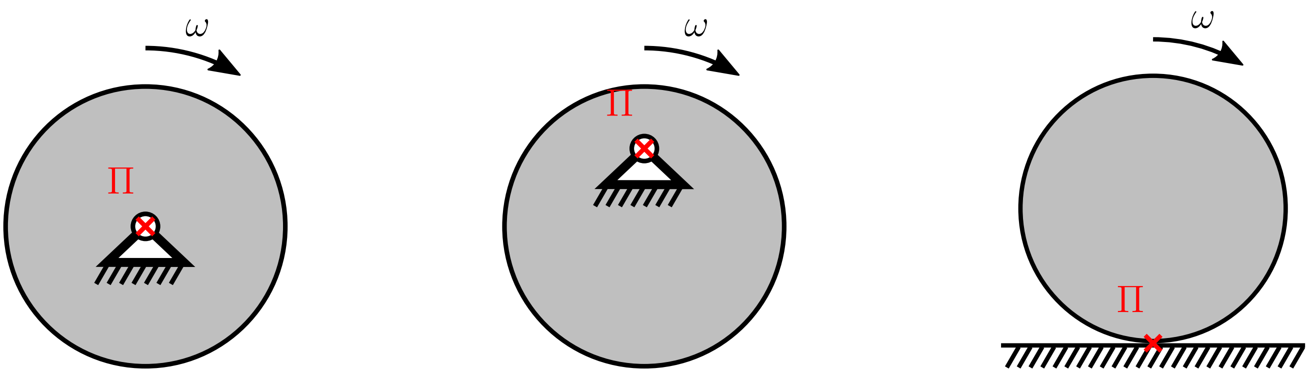
Kurzfrage 2 [6 Punkte]

Bekannt sind die Geschwindigkeitsvektoren einzelner Punkte eines Körpers. Zeichnen Sie jeweils den Momentanpol Π ein.

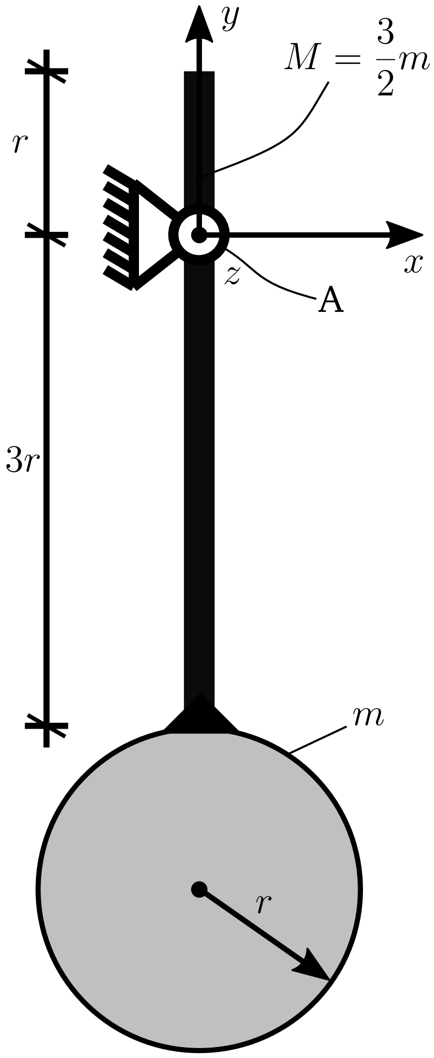
Markieren Sie rechte Winkel eindeutig: 



Zeichnen Sie die Momentanpole Π der folgenden Walzen ein, die jeweils mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotieren. Die linke und die mittlere Walze sind gelenkig gelagert. Die rechte Walze rollt auf einer Oberfläche, ohne zu rutschen.



Kurzfrage 3 [4 Punkte]

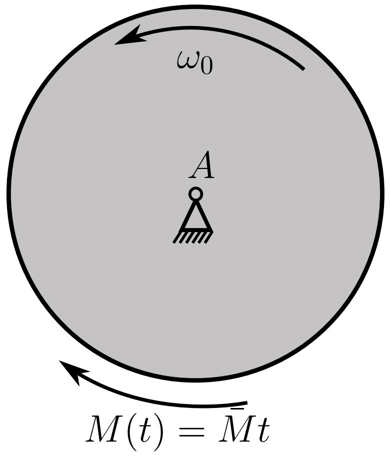


Eine Scheibe (Masse m, Radius r) ist fest mit einem Stab (Masse $M = \frac{3}{2}m$, Länge $4r$) verbunden, der eine Länge $3r$ von der Scheibe entfernt am Lager A befestigt ist. Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment Θ_A des Gesamtkörpers bezüglich der z-Achse des gegebenen Koordinatensystems.

Gegeben: m, $M = \frac{3}{2}m$, r

$\Theta_A = 20mr^2$

Kurzfrage 4 [4 Punkte]



Eine Walze (Massenträgheitsmoment Θ_A) rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω_0 um den gelagerten Mittelpunkt A. Das System wird von außen durch das sich zeitlich verändernde Moment $M(t) = \bar{M}t$ gebremst.

Gegeben: $\omega(t = 0) = \omega_0$, Θ_A, $\bar{M}$

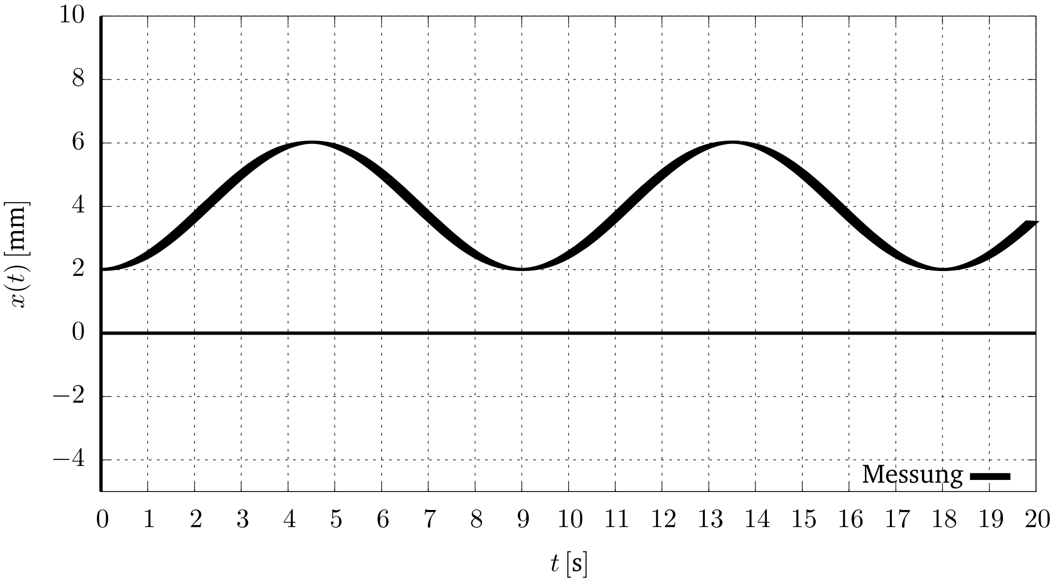
a) Geben Sie die Bewegungsgleichung des Systems an.

$$\ddot{\varphi} = -\frac{\bar{M}}{\Theta_A}t$$

b) Bestimmen Sie die Zeit bis zum Stillstand.

$$\Delta t = \sqrt{2\frac{\Theta_A \omega_0}{\bar{M}}}$$

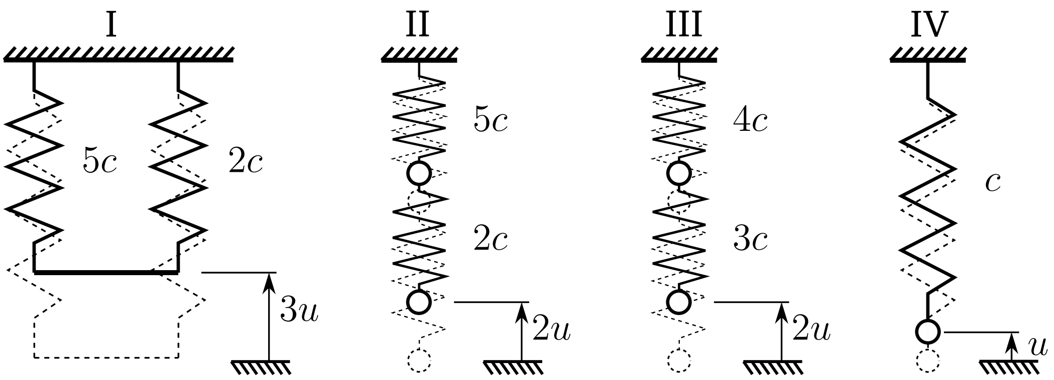
Kurzfrage 5 [4 Punkte]



Für eine harmonische Schwingung wurde das oben dargestellte Signal gemessen. Geben Sie für diese Schwingung die Amplitude in mm, den Phasenwinkel in rad, die Periodendauer in s und die Frequenz in Hz an.

Amplitude:	$A =$ 2 mm
Phasenwinkel:	$\varphi = \pi$ oder $\frac{1}{2}\pi$
Periodendauer:	$T =$ 9 s
Frequenz:	$f = \frac{1}{9}$ Hz

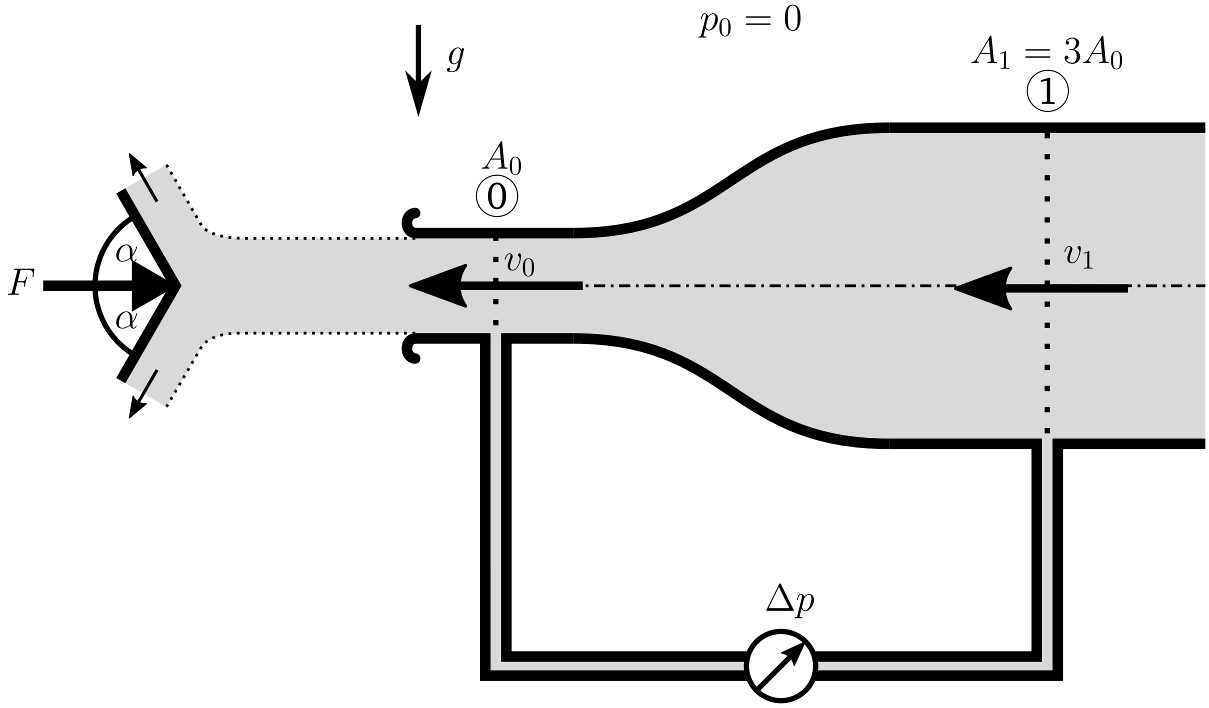
Kurzfrage 6 [4 Punkte]



Sortieren Sie die gespeicherten potentiellen Energien E_{I}, E_{II}, E_{III} und E_{IV} der in ausgelenkter Lage dargestellten Systeme nach der Größe, indem Sie die zugehörigen Indizes in die Ungleichung unten eintragen.
Gegeben: u, c

$$\boxed{E_{I}} > \boxed{E_{III}} > \boxed{E_{II}} > \boxed{E_{IV}}$$

Kurzfrage 7 [6 Punkte]



Ein Rohr, durch das eine Flüssigkeit (Dichte ρ) fließt, hat die dreifache Querschnittsfläche der daran montierten Düse (Querschnittsfläche A_0). Zwischen dem Rohr und der Düse wird eine Druckdifferenz $\Delta p = p_1 - p_0$ gemessen. Der Umgebungsdruck ist zu vernachlässigen ($p_0 = 0$). Unmittelbar nach der Düse trifft der Freistrahl auf eine Platte, die durch die Kraft F gehalten wird. Der Freistrahl wird um den Winkel $\alpha = 60°$ abgelenkt und teilt sich dabei gleichmäßig nach oben und unten auf.

Gegeben: A_0, $A_1 = 3A_0$, ρ, g, Δp, $p_0 = 0$

Geben Sie die Geschwindigkeit v_0 bzw. v_1 an der Stelle 0 bzw. 1 an.

$$v_0 = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}$$

$$v_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}$$

Geben Sie die horizontale Kraft F infolge des Freistrahls an.

$$F = \frac{9}{8}\Delta p A_0$$