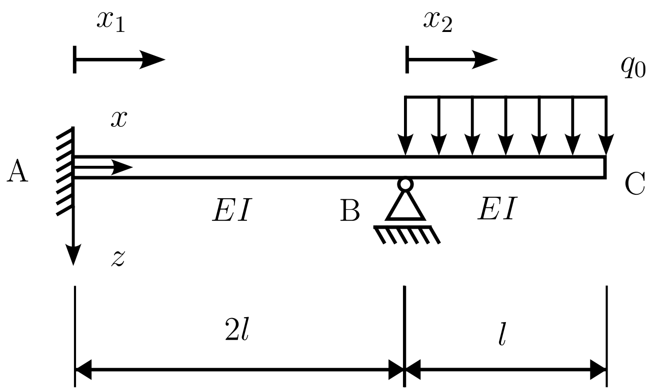
Aufgabe 1 [20 Punkte]



Dargestellt ist ein System, bestehend aus einem dehn- und schubstarren Balken (Länge $3l$, Biegesteifigkeit EI). Im Punkt A ist der Balken fest eingespannt und im Punkt B ist der Balken in vertikaler Richtung gelagert. Der rechte Teil des Balkens (zwischen Punkt B und C) ist durch die abgebildete, konstante Streckenlast q_0 belastet.

a) Berechnen Sie die Biegelinie des gesamten Balkens.

b) Berechnen Sie die Lagerreaktion in Punkt B.

Gegeben: l, EI, q_0

Hinweis: Lösungen ohne Integration der Biegelinie werden nicht berücksichtigt. Verwenden Sie das angegebene Koordinatensystem mit den Koordinaten x_1 im Bereich AB und x_2 im Bereich BC.

Aufgabe 1 [20 Punkte]

a)

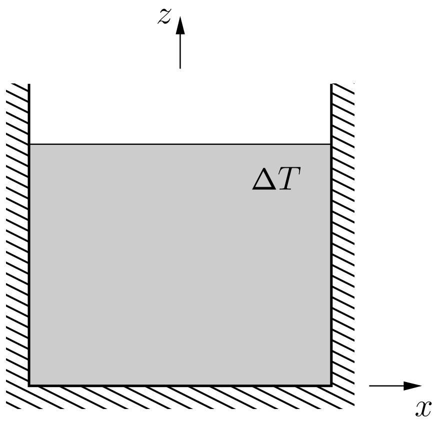
$$
\begin{aligned}
EIw_1 &= -\frac{1}{6}C_1x_1^3 - \frac{1}{2}C_2x_1^2 + C_3x_1 + C_4 \\
EIw_2 &= \frac{1}{24}q_0x_2^4 - \frac{1}{6}C_5x_2^3 - \frac{1}{2}C_6x_3^2 + C_7x_2 + C_8
\end{aligned}
$$

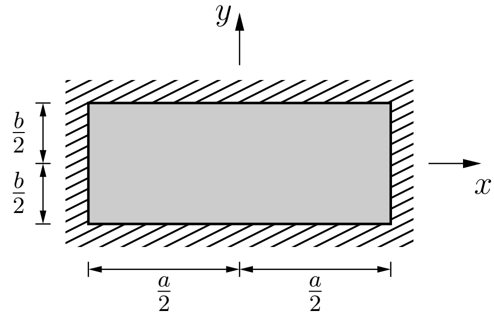
$$
\begin{aligned}
C_1 =& -\frac{3}{8}q_0l \\
C_2 =& \frac{1}{4}q_0l^2 \\
C_3 =& 0 \\
C_4 =& 0 \\
C_5 =& q_0l \\
C_6 =& -\frac{1}{2}q_0l^2 \\
C_7 =& \frac{1}{4}q_0l^3 \\
C_8 =& 0
\end{aligned}
$$

b)

$$
B = \frac{11}{8}q_0l
$$

Aufgabe 2 [19 Punkte]





Ein Quader aus gegossenem Metall (Elastizitätsmodul E, Querkontraktionszahl ν, Wärmeausdehnungskoeffizient α_T) wird in eine starre Aussparung eingelassen. Die Ränder bei $x = \pm\frac{a}{2}$ und $y = \pm\frac{b}{2}$ sind als reibungsfrei anzunehmen. Vor der Erwärmung passt der Metallquader spiel- und zwängungsfrei in die Aussparung. Der Quader unterliegt dann einer konstanten Erwärmung ΔT.

a) Geben Sie die Komponenten des Spannungs- und des Verzerrungstensors im Metallquader an.

b) Wie ändert sich die z-Komponente der Verzerrung, wenn die Ränder mit $x = \pm\frac{a}{2}$ ebenfalls frei sind?

Gegeben: E, ν, α_T, ΔT, a, b

Aufgabe 2 [19 Punkte]

a)

$$\sigma_z = 0 \qquad \sigma_x = \sigma_y = -\frac{E\alpha_T \Delta T}{1-\nu}$$

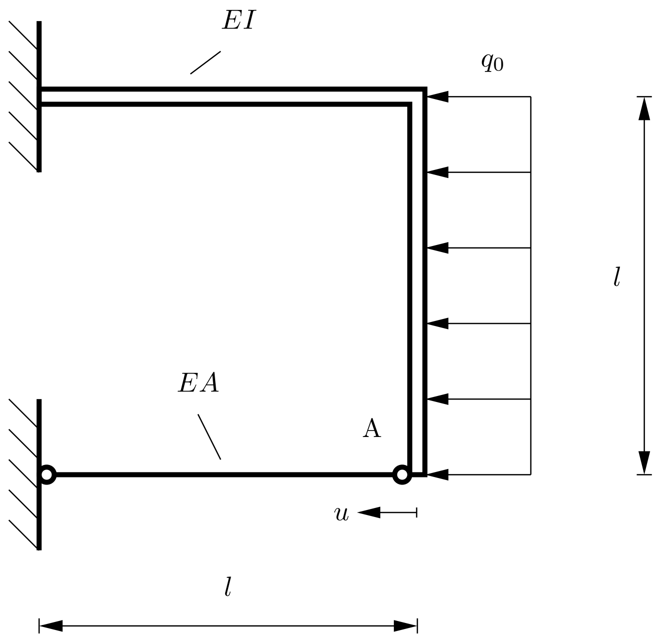
$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0 \qquad \varepsilon_z = \frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha_T \Delta T$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0 \qquad \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

b)

$$\sigma_y = -E\alpha_T \Delta T$$
$$\varepsilon_x = (1+\nu)\alpha_T \Delta T = \varepsilon_z$$

Aufgabe 3 [18 Punkte]



Der abgebildete dehn- und schubstarre Rahmen (Biegesteifigkeit EI) wird durch eine kostante Streckenlast q_0 belastet und durch einen Stab (Dehnstefigkeit EA) unterstützt.

a) Geben Sie eine geeignete Aufteilung in ein "0" und "1" System an, sodass die Stabkraft berechnet werden kann.

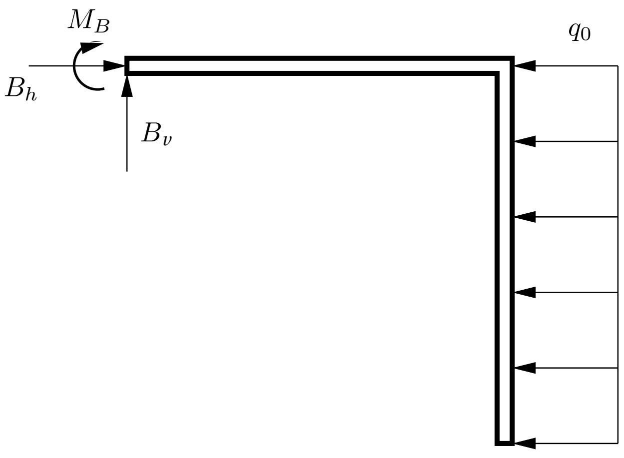
b) Ermitteln Sie die Stabkraft.

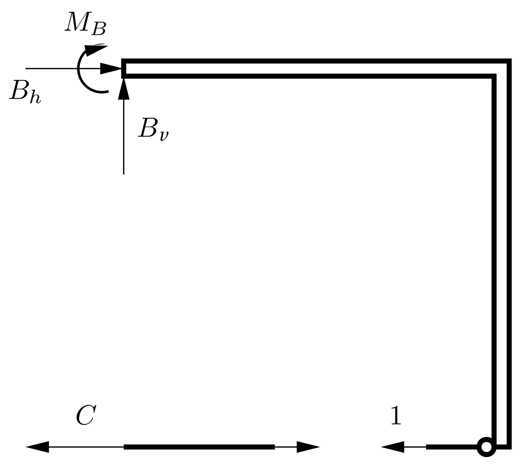
c) Wie groß ist die horizontale Verschiebung u des Punktes A?

Gegeben: l, q_0, EA, $EI = \dfrac{11}{3}EAl^2$

Aufgabe 3 NUR BI [18 Punkte]

a)





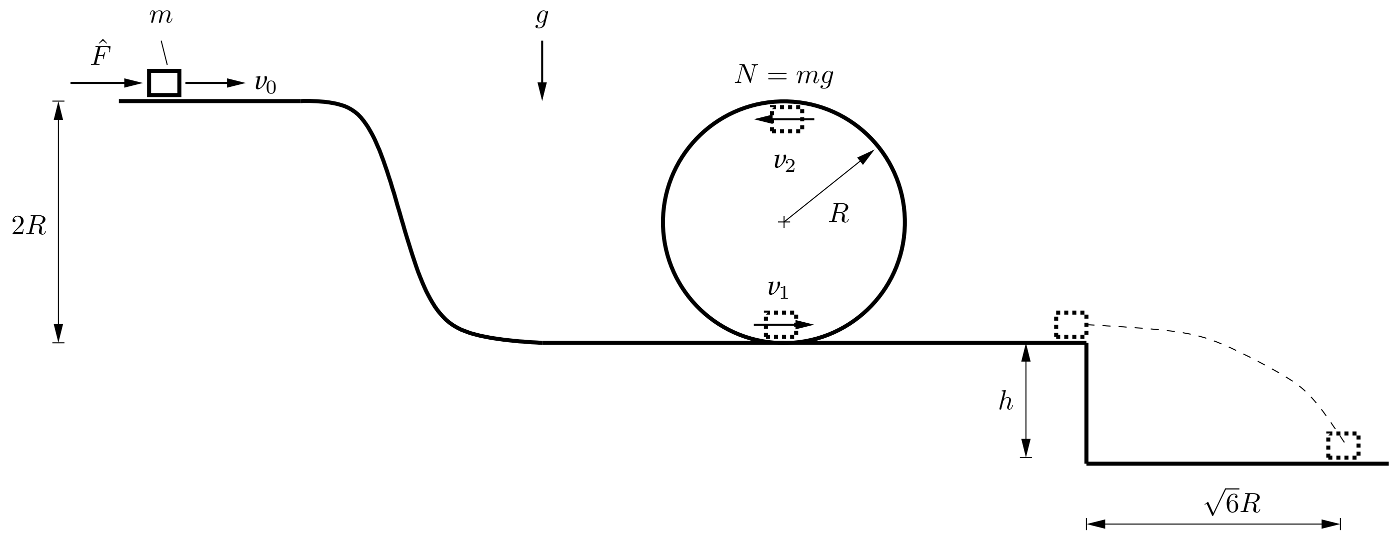
b)

$$S = -\frac{1}{8} q_0 l$$

c)

$$u = \frac{1}{8} \frac{q_0 l^2}{EA}$$

Aufgabe 3 [18 Punkte]



Eine Punktmasse (Masse m) wird aus der Ruhelage mit der Stoßkraft $\hat{F}$ angestoßen und gleitet reibungsfrei auf einer Unterlage. Die Punktmasse tritt mit der Geschwindigkeit v_1 in einen Looping ein. Am oberen Punkt wird die Geschwindigkeit v_2 erreicht und die Normalkraft zwischen Bahn und Punktmasse soll $N = mg$ betragen.
Anschließend fliegt die die Punktmasse über eine Stufe der Höhe h.

a) Ermitteln Sie die Geschwindigkeit v_2, sodass die Normalkraft zwischen Bahn und Punktmasse $N = mg$ am oberen Punkt beträgt.

b) Ermitteln Sie die Geschwindigkeiten v_1 und v_0 in den skizzierten Punkten.

c) Wie groß muss die Stoßkraft $\hat{F}$ sein, damit v_0 aus Aufgabenteil b) erreicht wird?

d) Wie groß muss die Höhe h sein, damit die Punktmasse im freien Flug (ohne Luftwiderstand) die Flugweite $\sqrt{6}R$ erreicht?

Gegeben: g, m, R, $N = mg$

Aufgabe 3 NUR GUI [18 Punkte]

a)

$$v_2 = \sqrt{2gR}$$

b)

$$v_1 = \sqrt{6gR}$$
$$v_0 = \sqrt{2gR}$$

c)

$$\hat{F} = m\sqrt{2gR}$$

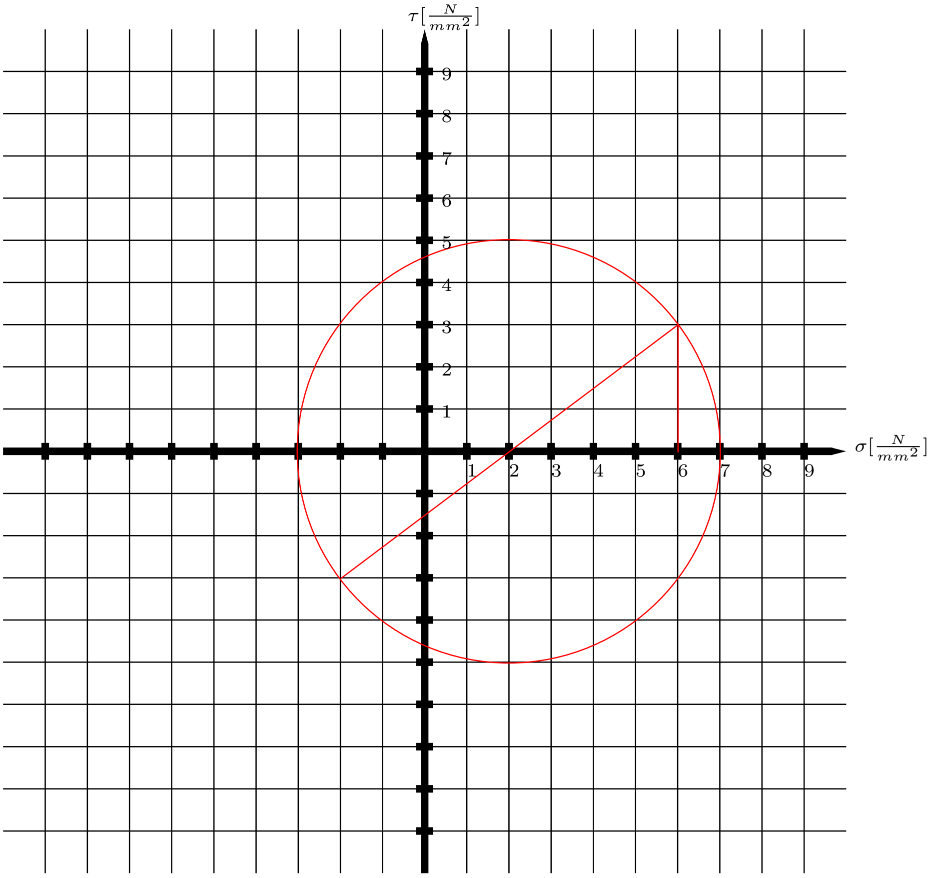
d)

$$h = -\frac{1}{2}R$$

Kurzfrage 1 [5 Punkte]

Skizzieren Sie den Mohrschen Spannungskreis für den durch σ gegebenen Spannungszustand und bestimmen Sie dort die mittlere Normalspannung σ_M, die Hauptnormalspannungen $\sigma_{1,2}$ sowie die maximale Schubspannung τ_{max}.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{pmatrix} \text{ mit } \sigma_x = 6\frac{N}{mm^2},\ \sigma_y = -2\frac{N}{mm^2},\ \tau_{xy} = 3\frac{N}{mm^2}$$



$\sigma_M =$ $2\frac{N}{mm^2}$

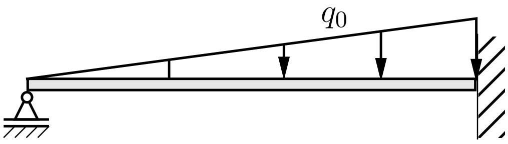
$\sigma_1 =$ $7\frac{N}{mm^2}$

$\sigma_2 =$ $-3\frac{N}{mm^2}$

$\tau_{max} =$ $5\frac{N}{mm^2}$

Kurzfrage 2 [4 Punkte]

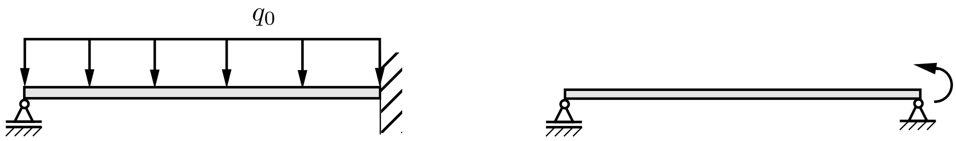
Gegeben ist der folgende statisch unbestimmt gelagerte Balken.



Kreuzen Sie an welcher der folgenden Zerlegungen in „0 “und „1 “System zulässig sind.

Pro Teilaufgabe ist genau eine Antwort richtig, für jede richtig gelöste Teilaufgabe gibt es 1 Punkt.

☒ zulässig
☐ nicht zulässig



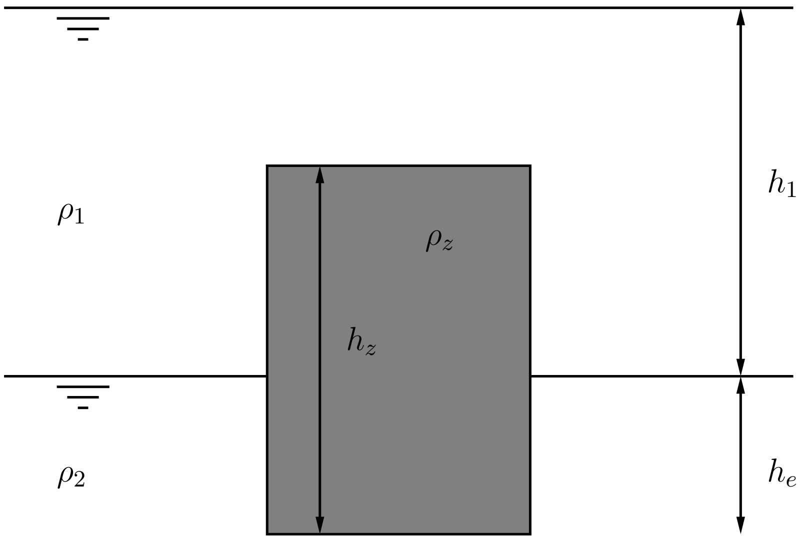
☐ zulässig
☒ nicht zulässig

☒ zulässig
☐ nicht zulässig

☐ zulässig
☒ nicht zulässig

Kurzfrage 3 Nur BI [3 Punkte]

Ein zylindrischer Körper der Höhe h_z und der Dichte ρ_z schwimmt auf der Grenzfläche zweier übereinander geschichteter Flüssigkeiten. Die untere Flüssigkeit hat eine Dichte von ρ_2 und die obere Flüssigkeit hat eine Dichte von ρ_1 mit $\rho_1 < \rho_2$. Die Schichthöhe der oberen Flüssigkeit ist h_1.



a) Wie groß ist der Druck p_O an der Oberseite des Zylinders?

b) Wie groß ist der Druck p_U an der Unterseite des Zylinders?

c) Wie tief taucht der Körper in die zweite Flüssigkeit ein?

Gegeben: ρ_z, ρ_1, ρ_2, h_z, h_1 für a) und b) h_e

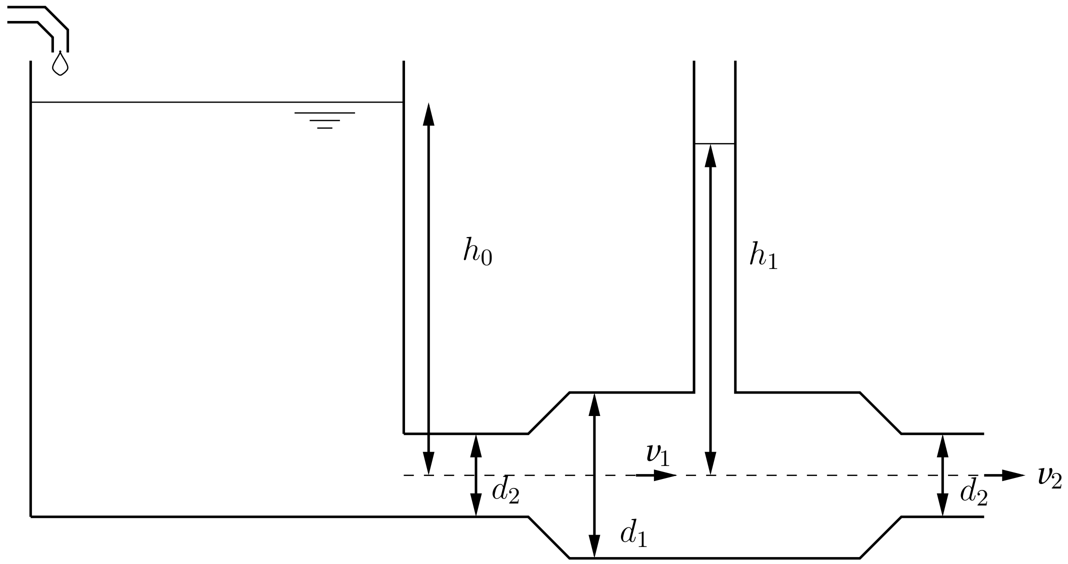
$$p_O = \boxed{\rho_1 g(h_1 + h_e - h_z)}$$

$$p_U = \boxed{\rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_e}$$

$$h_e = \boxed{h_z \frac{\rho_z - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}}$$

Kurzfrage 3 NUR GUI [3 Punkte]

Aus dem abgebildeten Behälter fließt eine Flüssigkeit am rechten Ende durch ein kreisförmiges Rohr heraus. Der Rohrdurchmesser vergrößert sich zunächst von $d_2 = 1m$ zu $d_2 = 1m$. Am Ausfluss ist er wieder bei $d_2 = 1m$. Durch einen Zufluss wird der Flüssigkeitsspiegel auf einer konstanten Höhe von $h_0 = 8m$ gehalten, sodass eine stationäre Strömung vorliegt.



a) Mit welcher Geschwindigkeit v_2 strömt die Flüssigkeit am rechten Ende heraus?

b) Wie groß ist die Geschwindigkeit v_1 im Rohr vor dem Steigrohr?

c) Bis zu welcher Höhe h_1 steigt die Flüssigkeit im Steigrohr?

Gegeben: $h_0 = 8m$, $d_1 = 2m$, $d_2 = 1m$, $g = 9\frac{m}{s^2}$

Hinweis: Nehmen Sie für diese Aufgabe eine Erdbeschleunigung von $g = 9\frac{m}{s^2}$ an. Gesucht wird nach den Zahlenwerten inklusive Einheiten.

$v_2 =$	$12\frac{m}{s}$
$v_1 =$	$3\frac{m}{s}$
$h_1 =$	$7,5\,m$