Kurzlösung - Technische Mechanik II

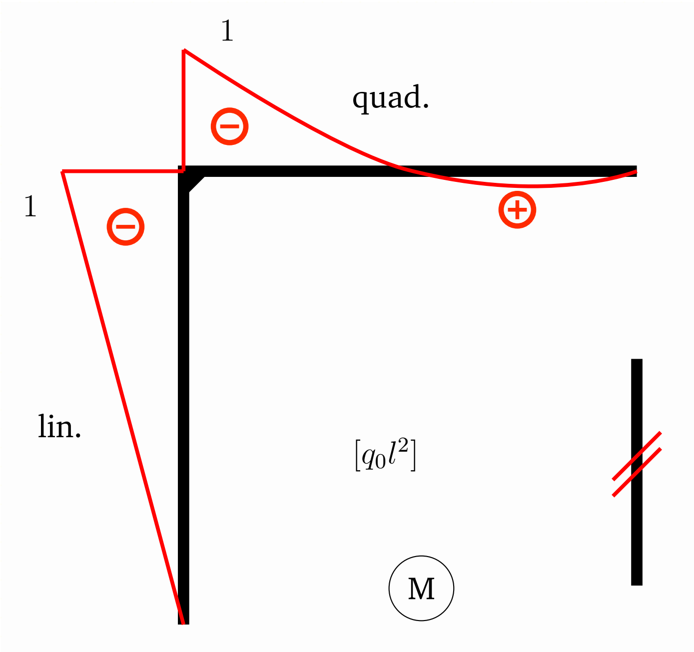
SoSe 2021 (30. Juli 2021)

Aufgabe 1 [22 Punkte]

a)

$$S = -\frac{1}{2}q_0 l$$

b)

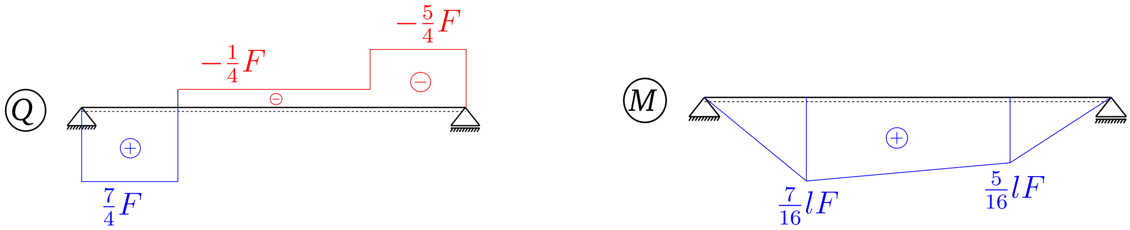


c)

$$u_P = -2\frac{q_0 l^4}{EI}$$

Aufgabe 2 [26 Punkte]

a)

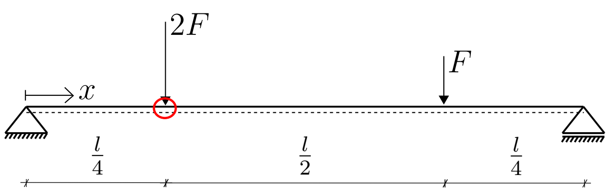


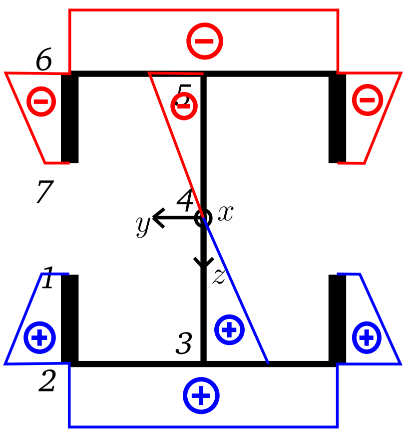
b)

$$I_{yy} = \frac{7}{6}th^3$$

c)

Knotenpunkt	1	2	3	4	5	6	7
σ_{xx} $\left(\text{in } \frac{lF}{th^2}\right)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	0	$-\frac{3}{16}$	$-\frac{3}{16}$	$-\frac{1}{16}$

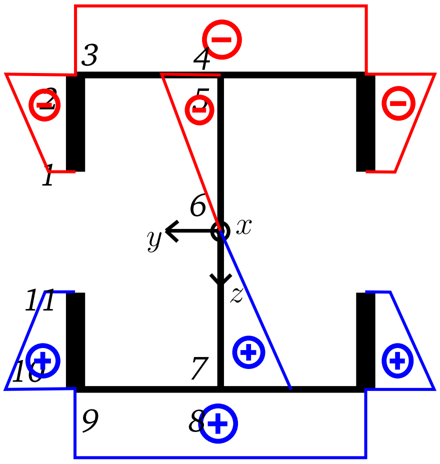




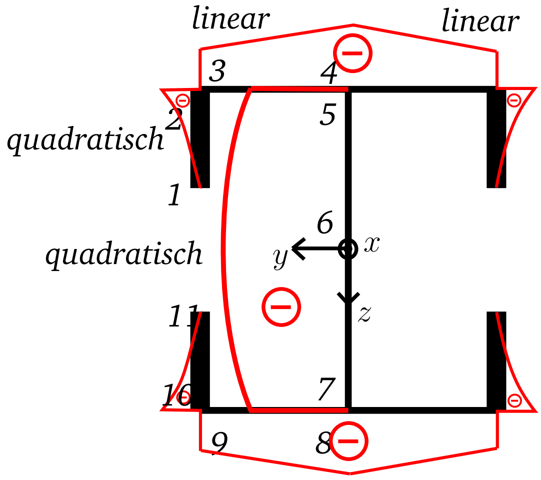
d)

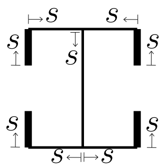
Knotenpunkt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
zt – Verlauf (in th)	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	-1	-1	-1	0	1	1	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
S_y (in th^2)	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{16}{27}$	$-\frac{32}{27}$	$-\frac{155}{108}$	$-\frac{32}{27}$	$-\frac{16}{27}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0

zt-Verlauf:



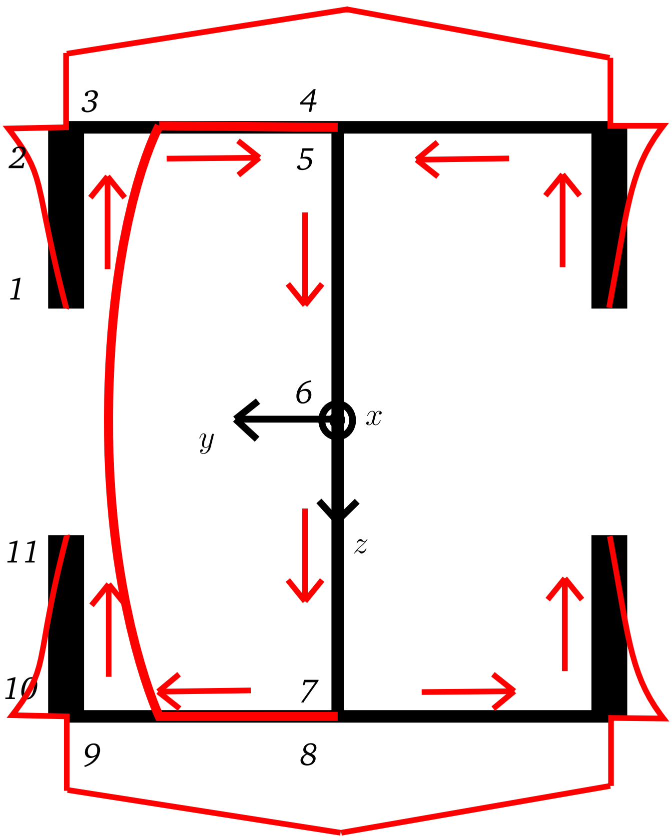
Statisches Moment S_y:





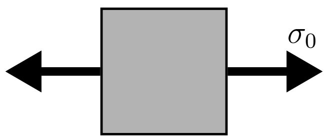
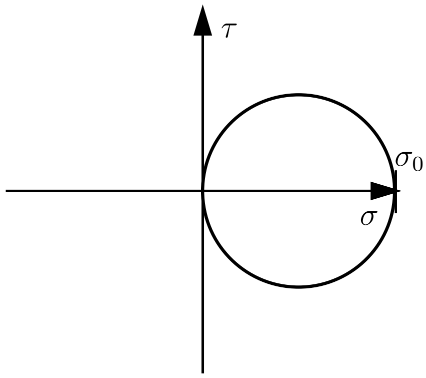
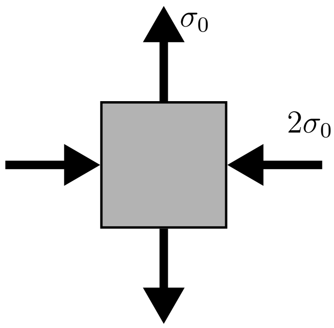
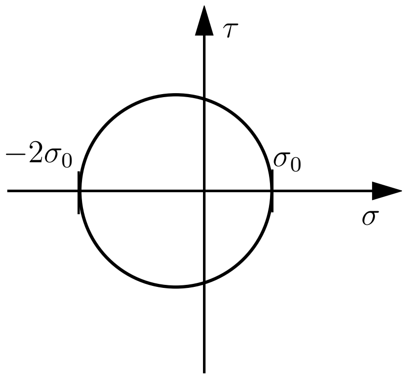
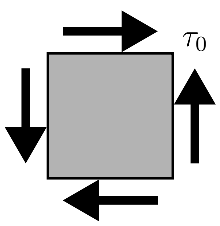
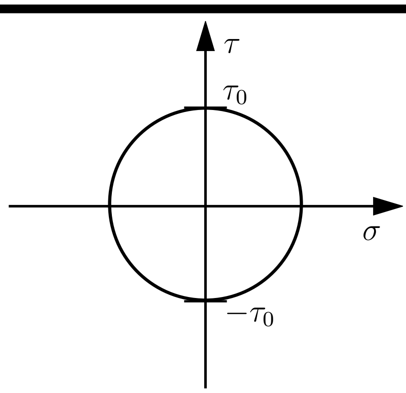
e)

Knotenpunkt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
S_y (in th^2)	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{16}{27}$	$-\frac{32}{27}$	$-\frac{155}{108}$	$-\frac{32}{27}$	$-\frac{16}{27}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
Dicke $t(s)$	$3t$	$3t$	$2t$	$2t$	$2t$	$2t$	$2t$	$2t$	$2t$	$3t$	$3t$
τ_{xs} $\left(\text{in } \frac{F}{th}\right)$	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{155}{144}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	0

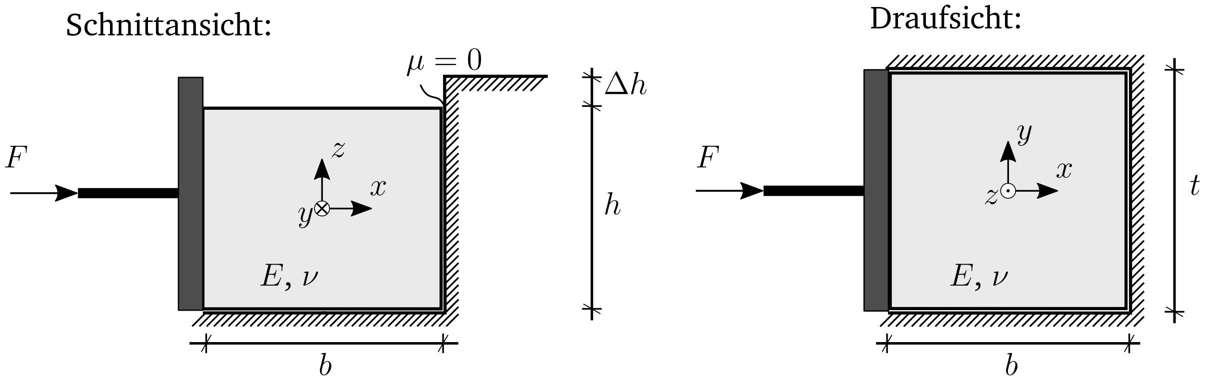


Kurzfrage 1 [3 Punkte] Skizzieren Sie rechts neben die folgenden Spannungszustände ($\sigma_0 > 0$, $\tau_0 > 0$) qualitativ den jeweils zugehörigen Mohr'schen Spannungskreis. Kennzeichnen Sie im τ-σ-Diagramm jeweils auch σ_0, τ_0, $2\sigma_0$, sofern diese im Spannungszustand gegeben sind.

Gegeben: σ_0, τ_0

Spannungszustand	Mohr'scher Kreis
	
	
	

Kurzfrage 2 [9 Punkte]



Ein gewichtsloser Quader (Elastizitätsmodul E, Querdehnungszahl ν) ist in eine passgenaue Öffnung eingelassen, deren Ränder als starr und glatt (Reibkoeffizient $\mu = 0$) angenommen werden können. Im dargestellten Zustand ist der Quader spannungsfrei.
Über den Stempel wird der Quader mit Hilfe der Kraft F nun so weit zusammengedrückt, dass er sich in z-Richtung genau bis zur oberen Kante ausdehnt (Erhöhung um $\Delta h \ll h$).

a) Geben Sie die Größen ε_y, ε_z, σ_x und σ_z im verformten Zustand an.

b) Berechnen Sie die notwendige Kraft F für diese Verformung.

c) Berechnen Sie die resultierende Verkürzung Δb des Quaders in x-Richtung.

Gegeben: $E,\ \nu,\ b,\ t,\ h,\ \Delta h, \Delta h \ll h,\ \mu = 0$

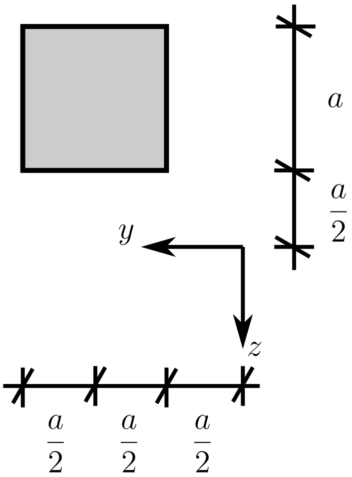
$\varepsilon_y = \boxed{0}$ $\varepsilon_z = \boxed{\dfrac{\Delta h}{h}}$ $\sigma_x = \boxed{-\dfrac{F}{ht}}$ $\sigma_z = \boxed{0}$

$$F = \boxed{\frac{E \cdot \Delta h t}{\nu + \nu^2}}$$

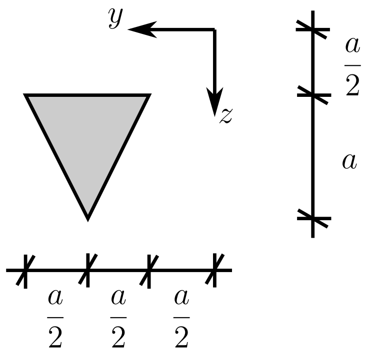
$$\Delta b = \boxed{-\frac{1-\nu}{\nu} \cdot \frac{\Delta h}{h} \cdot b}$$

Kurzfrage 3 [8 Punkte] Für ein gegebenes quadratisches Balkenprofil mit je zwei quadratischen und dreieckigen Ausschnitten soll das Flächenträgheitsmoment berechnet werden. Berechnen Sie zunächst für die einzelnen gegebenen Teilflächen die Flächenträgheitsmomente I_{y1}, I_{y2} und I_{y3}.
Geben Sie anschließend das Flächenträgheitsmoment I_y für den gesamten Querschnitt an.

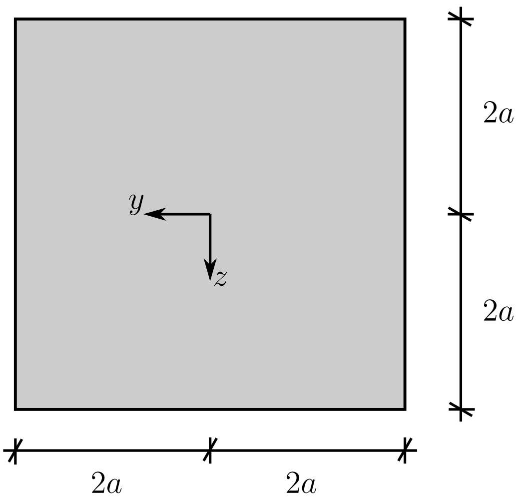
Gegeben: a



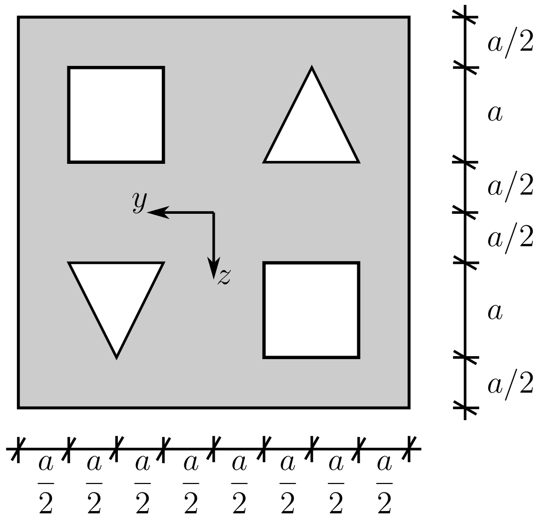
$$I_{y1} = \frac{a^4}{12} + \left(\frac{a}{2} + \frac{a}{2}\right)^2 a^2 = \frac{13}{12}a^4$$



$$I_{y2} = \frac{a^4}{36} + \left(\frac{a}{2} + \frac{a}{3}\right)^2 \frac{a^2}{2} = \frac{3}{8}a^4$$



$$I_{y3} = \frac{(4a)^4}{12} = \frac{64}{3}a^4$$



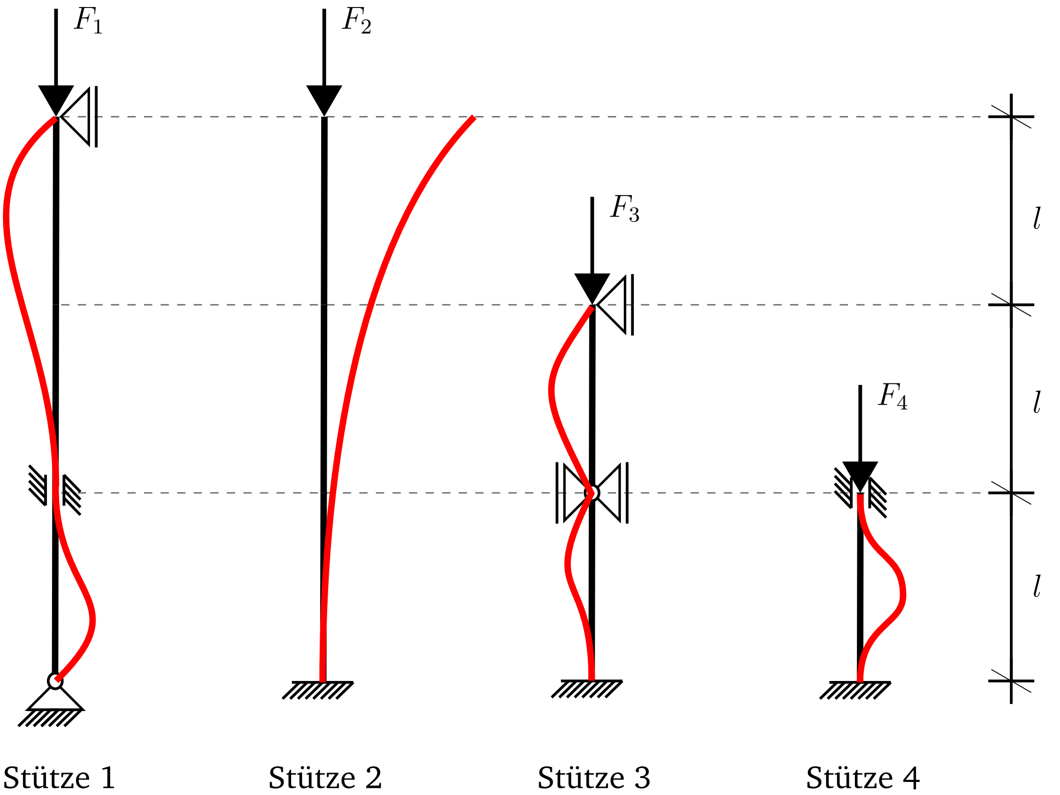
$$I_y = I_{y1} - 2I_{y2} - 2I_{y3} = \frac{221}{12}a^4$$

Kurzfrage 4 [7 Punkte] Gegeben sind die vier skizzierten Stützen. Alle Stützen besitzen die gleiche Biegesteifigkeit EI. Die Stützen werden mit ihrer jeweiligen kritischen Knicklast F_1 $\ldots F_4$ belastet.

a) Zeichnen Sie in die Skizze für jede Stütze die zugehörige Knickfigur. Zeichnen Sie bei den Stützen mit mehreren Abschnitten für jeden Abschnitt die zugehörige Knickfigur.

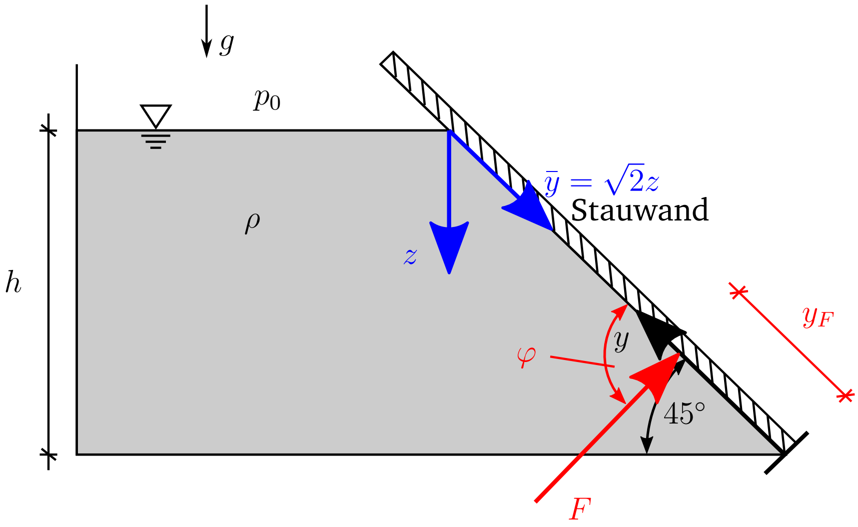
b) Sortieren Sie die kritischen Knicklasten der Stützen nach der Größe, indem Sie jeweils den zugehörigen Index in die Ungleichung unten eintragen.

Gegeben: l, EI, $EA = \infty$



$\boxed{F_4} > \boxed{F_3} > \boxed{F_1} > \boxed{F_2}$

Kurzfrage 5 [5 Punkte]



Der skizzierte Behälter mit der Tiefe t (dritte Raumrichtung) wird durch eine Stauwand abgegrenzt. Er ist bis zur Höhe h mit einer Flüssigkeit der Dichte ρ gefüllt. Der Umgebungsdruck kann vernachlässigt werden ($p_0 = 0$).

a) Geben Sie den Betrag der resultierenden Kraft F von der Flüssigkeit auf die Stauwand und den Winkel φ zwischen der Wirkungslinie von F und der Stauwand an.

b) Geben Sie die Koordinate y_F an, an der die resultierende Kraft auf die Stauwand wirkt.

c) Zeichnen Sie die resultierende Kraft F qualitativ in die Skizze oben. Kennzeichnen Sie die zuvor angegebenen Größen y_F und φ.

Gegeben: g, ρ, h, $p_0 = 0$

$F =$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\rho g h^2 t$
$\varphi =$	$90°$
$y_F =$	$\frac{\sqrt{2}}{3}h$