NICHT umblättern!

(Dies zählt als Täuschungsversuch)

Hinweise zur Prüfung Technische Mechanik II

- Sollten Sie aus gesundheitlichen Gründen nicht in der Lage sein an der Prüfung teilzunehmen, müssen Sie jetzt den Saal verlassen und umgehend das Studierendenbüro darüber unterrichten.
- Fragen sind nur zur Aufgabenstellung zulässig, nicht jedoch zum Lösungsweg.
- Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
- Die Klausur ist mit nichtradierbarem, dokumentenechtem Stift zu bearbeiten.
- Schreiben Sie NICHT in rot oder grün (Korrekturfarben).
- Schreiben Sie auf eigene Blätter.
- Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf jedes Ihrer Blätter sowie das Deckblatt.
- Beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
- Die Reihenfolge der Aufgaben ist zufällig und nicht nach dem Schwierigkeitsgrad geordnet.
- Es gelten die Bestimmungen der Prüfungsordnung der TU Darmstadt bezüglich Betrug und Täuschung. Schon der Täuschungsversuch führt zur vorzeitigen Beendigung der Prüfung und die Klausur wird eingezogen.
- Zulässige Hilfsmittel sind:
  - eine Formelsammlung im Umfang von zwei beidseitig handbeschriebenen DIN A4-Blättern (nicht gedruckt/kopiert, keine Beispielaufgaben),
  - ein Taschenrechner.
  - Weitere Hilfsmittel, insbesondere Handys, Smartwatches und Laptops, sind nicht erlaubt.
  - Die Hilfsblätter zur TM II (Schwerpunkt, Flächenträgheitsmomente, Biegelinie, Integrale) sind auf den letzten Seiten der Klausur zu finden.
- Legen Sie Ihren Studierendenausweis und behördlichen Lichtbildausweis (z.B. Personalausweis, Reisepass...) an den freien Platz rechts neben sich bereit.
- Legen Sie bearbeitete Blätter nur vor sich oder unmittelbar neben sich auf den Tisch.
- Handys sind auszuschalten und dürfen nicht am Körper getragen werden.
- Toilettengänge sind einzeln nach Abmeldung bei der Aufsicht gestattet.
- Bleiben Sie nach der Prüfung sitzen, bis Sie zum Gehen aufgefordert werden. Die Prüfung und alle Ihre Lösungen lassen Sie am Platz liegen.
- Wir wünschen viel Erfolg!

NICHT umblättern!

Prüfung - Technische Mechanik II (G/UI)

WiSe 2023/24

22. Februar 2024

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Name, Vorname: ______________________

Matrikelnummer: ______________________

Studiengang: ______________________

FB 13, Institut für Mechanik
Prof. Dr.-Ing. Dominik Schillinger

Die Aufgaben sind nicht nach ihrem Schwierigkeitsgrad geordnet. Bitte beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und nummerieren Sie die Blätter. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Der Lösungsweg muss klar erkennbar sein, die Ergebnisse müssen deutlich hervorgehoben werden. Bei den Kurzfragen wird lediglich das auf den hierfür vorgesehenen Arbeitsblättern eingetragene Ergebnis gewertet.

Es ist erlaubt, eine handgeschriebene Formelsammlung im Umfang von zwei beidseitig beschriebenen DIN A4-Blättern sowie einen Taschenrechner zu benutzen. Andere Hilfsmittel sind nicht erlaubt. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass keinerlei elektronische Hilfsmittel benutzt werden dürfen. Hierzu zählen insbesondere Taschenrechner, Laptops und Handys.

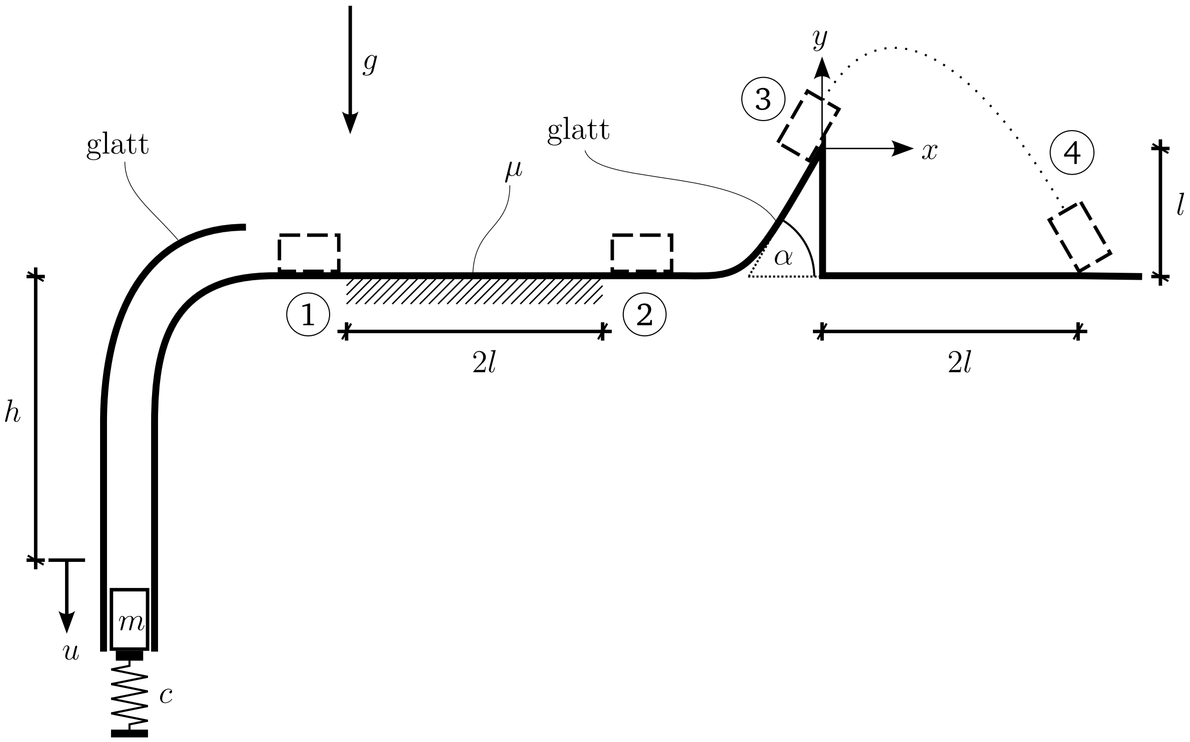
Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	$\sum$	Note
max. Punkte	22	20	15	5	7	3	4	3	5	6	90	
erreichte Punkte												
Handzeichen												

	1. Prüfer	2. Prüfer	Prüfungskommissions-vorsitzender [1]
Name	Prof. Dr.-Ing. D. Schillinger	Prof. Dr.-Ing. R. Müller	Prof. Dr.-Ing. A. Eichhorn
Korrekturfarbe			
Bewertung			
Unterschrift			

[1] Nach § 26 Abs. 1 S. 3 Allgemeine Prüfungsbestimmungen der TU Darmstadt (APB) legt die Prüfungskommission die endgültige Bewertung fest, falls die Bewertungen der beiden Prüfenden mehr als 0,7 Notenwerte voneinander abweichen.

Aufgabe 1 [22 Punkte]



Auf einer um die Strecke u zusammengedrückten und verriegelten Feder (Federsteifigkeit c), deren Ende sich im entspannten Zustand um die Höhe h unterhalb der Ebene mit dem rauen Abschnitt befindet, liegt eine Punktmasse (Masse m). Nach dem Entriegeln der Feder gleitet die Punktmasse entlang einer glatten Bahn und wird auf eine Ebene geführt. Sie bewegt sich dann über einen rauen Abschnitt (Reibungskoeffizient $\mu = \frac{1}{2}$, Länge $2l$). Auf den rauen Abschnitt folgt eine glatte Rampe (Steigungswinkel $\alpha = 60°$, Höhe l). Nach der Rampe landet die Punktmasse wieder auf der glatten Bahn.

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeiten der punktförmigen Masse an den Positionen 1, 2 und 3. Nehmen Sie für diesen Aufgabenteil an, dass die Auslenkung u der Feder groß genug ist, sodass die Punktmasse die Position 3 erreicht, und nehmen sie diese Auslenkung als gegeben an.

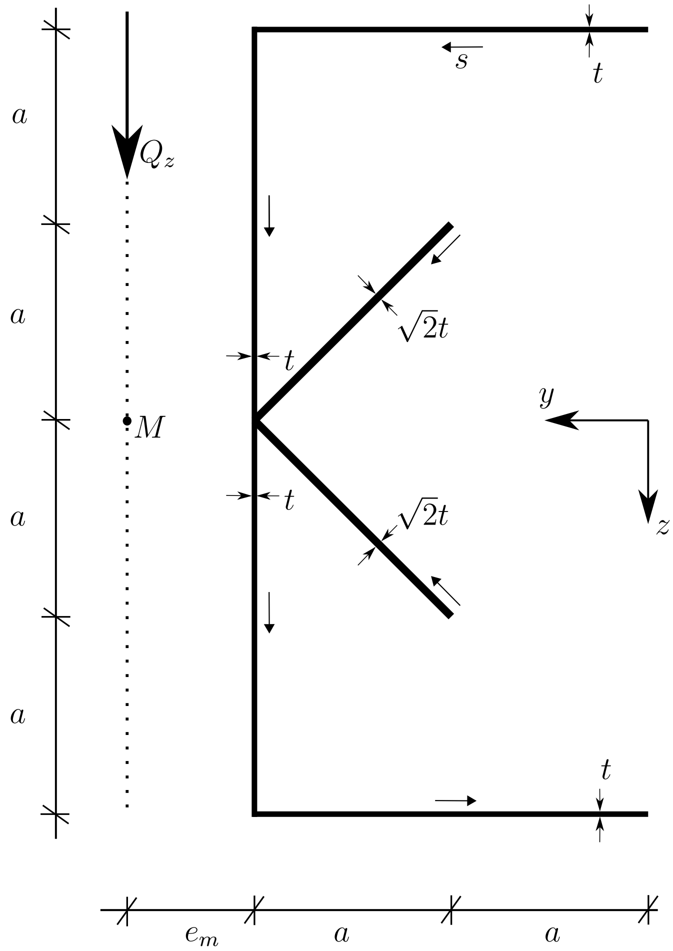
b) Ermitteln Sie die minimale Auslenkung $u_{\min}$ der Feder, sodass die Masse die Rampe an Position 3 verlässt.

c) Ermitteln Sie für eine gegebene Geschwindigkeit v_3 im Punkt 3 die Bahnkurve $y(x)$ der Masse ab der Position 3 unter Vernachlässigung des Luftwiderstandes.

d) Ermitteln Sie die benötigte Auslenkung u_4 der Feder, sodass die Masse am Ende der Rampe bei Position 4 landet.

Gegeben: g, h, c, m, l, $\alpha = 60°$, $\mu = \frac{1}{2}$; außerdem für a) u und für c) v_3

Aufgabe 2 [20 Punkte]



Der abgebildete dünnwandige, offene Querschnitt wird durch die Querkraft Q_z belastet, deren Wirkungslinie durch den Schubmittelpunkt M verläuft.

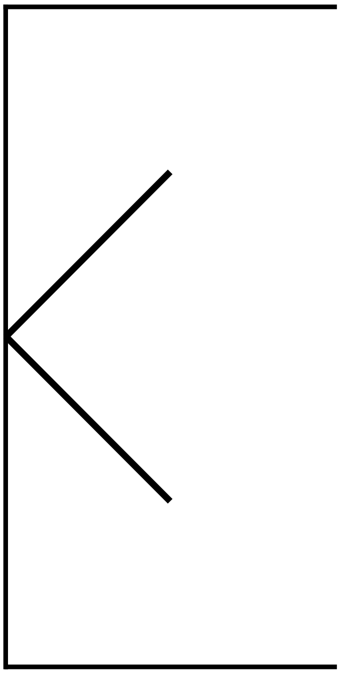
a) Zeichnen Sie
- den $z \cdot t$ -Verlauf,
- den S_y-Verlauf und
- den τ-Verlauf

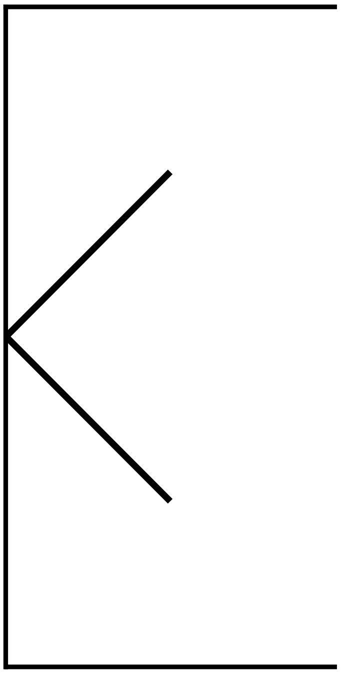
in die dafür vorgesehenen Abbildungen auf der nächsten Seite ein und geben Sie ausgezeichnete Werte sowie Vorzeichen und Richtung der Schubspannung an. Beachten Sie die vorgegebene Integrationsrichtung s.

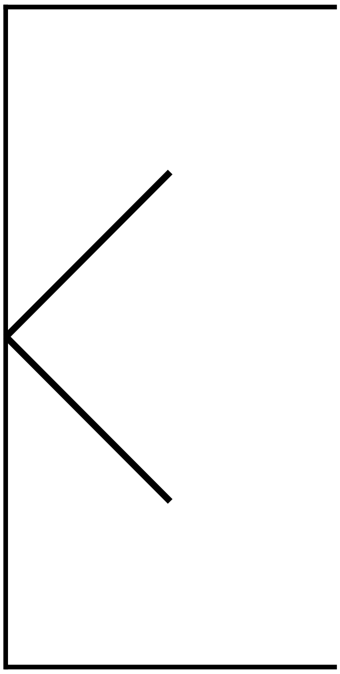
Nehmen Sie für Aufgabenteil a) das Flächenträgheitsmoment I_y als gegeben an.

b) Berechnen Sie den Abstand e_m des Schubmittelpunktes M zum Profil. Nehmen Sie für Aufgabenteil b) das Flächenträgheitsmoment $I_y = \frac{68}{3}a^3t$ an.

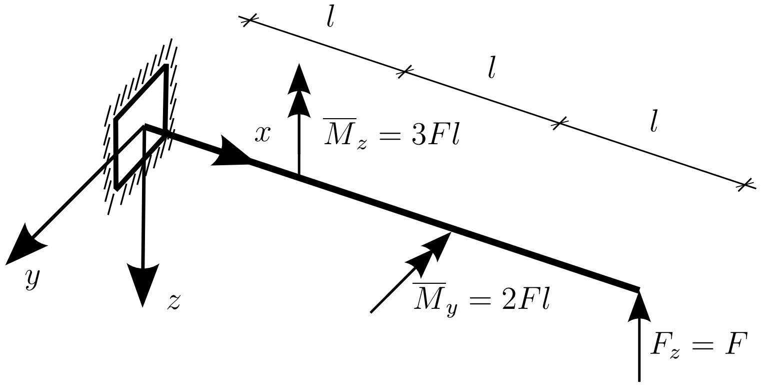
Gegeben: $Q_z, a, t\,(t \ll a)$; außerdem für a) I_y und für b) $I_y = \frac{68}{3}a^3t$

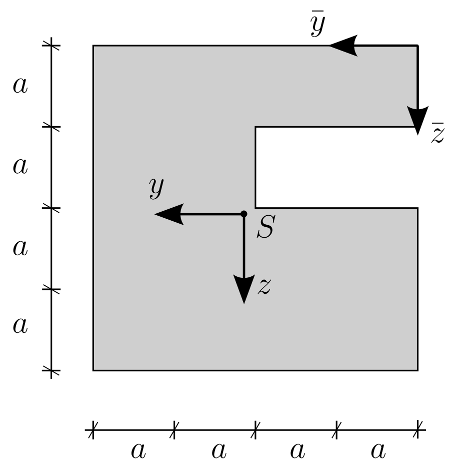






Aufgabe 3 [15 Punkte]





Der einseitig eingespannte Balken hat den dargestellten Querschnitt und ist durch eine Einzellast $F_z = F$ und zwei Momente $\overline{M}_z = 3Fl$ und $\overline{M}_y = 2Fl$ belastet. Die Wirkungslinie der Einzellast verläuft durch den Schwerpunkt des Querschnitts.

a) Bestimmen Sie die Flächenträgheitsmomente I_y, I_z und I_{yz} der Querschnittsfläche.

b) Skizzieren Sie die Verläufe der Schnittgrößen M_y und M_z des Systems unter Angabe der ausgezeichneten Werte und deren Vorzeichen.

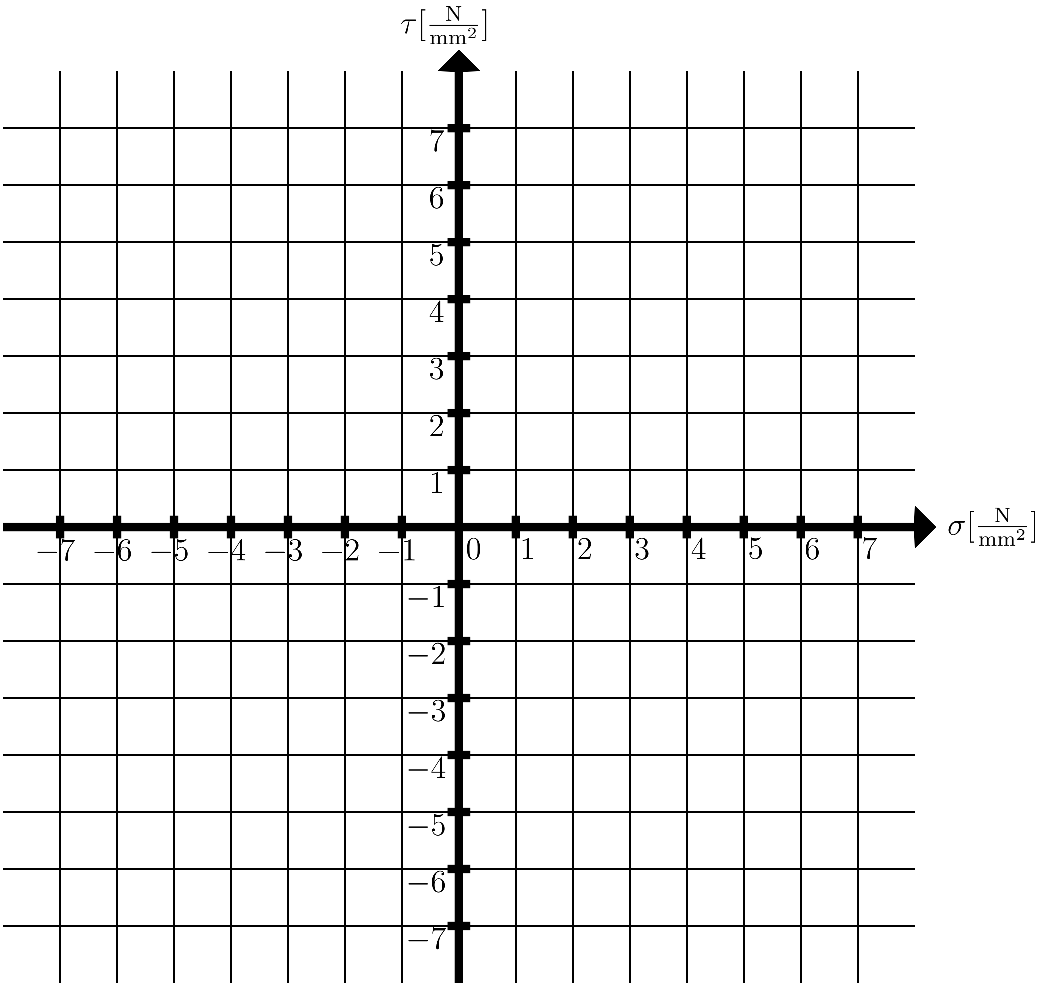
c) Geben Sie die Normalspannung σ_x an der Einspannstelle in Abhängigkeit von den Koordinaten y und z an.

Gegeben: l, a, $F_z = F$, $\overline{M}_z = 3Fl$, $\overline{M}_y = 2Fl$

Kurzfrage 1 [5 Punkte]

Skizzieren Sie den Mohrschen Spannungskreis für den durch σ gegebenen Spannungszustand in das folgende σ, τ-Koordinatensystem und bestimmen Sie die mittlere Normalspannung σ_M, die Hauptnormalspannungen $\sigma_{1,2}$ sowie die maximale Schubspannung $\tau_{\max}$ und tragen Sie Ihre Ergebnisse **mit Einheiten** in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{pmatrix} \text{ mit } \sigma_x = -5\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2},\ \sigma_y = 2{,}5\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2},\ \tau_{xy} = 2\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2},$$



$\sigma_M =$

$\tau_{\max} =$

$\sigma_1 =$

$\sigma_2 =$

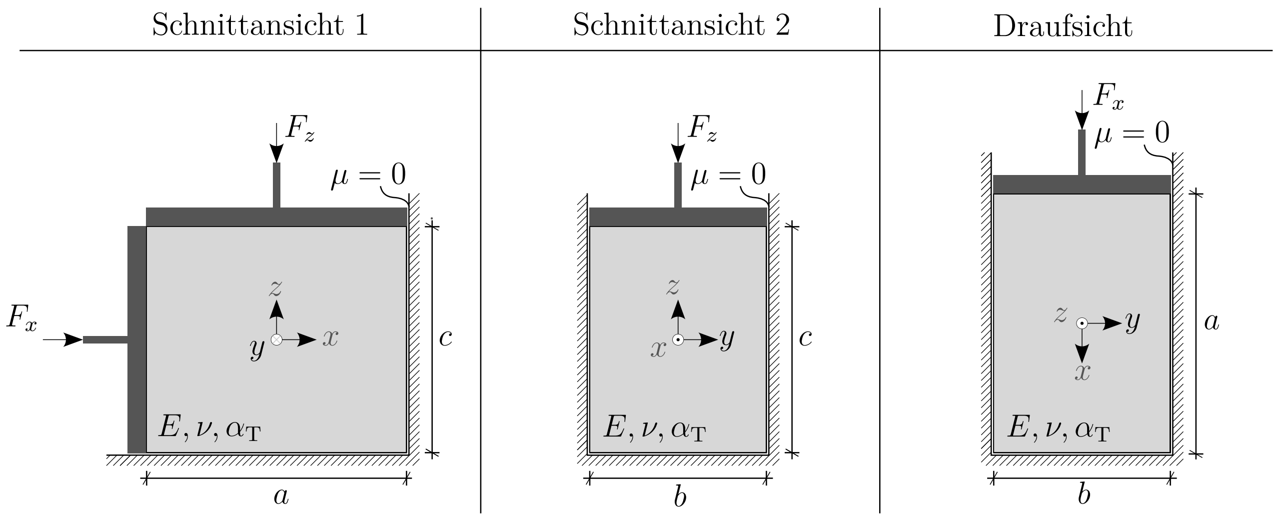
Kurzfrage 2 [7 Punkte]

Ein gewichtsloser Quader (Breite a, Tiefe b, Höhe c, Elastizitätsmodul E, Querkontraktionszahl ν) liegt in der Ecke eines Raumes, dessen Wände und Boden als starr und glatt (Reibkoeffizient $\mu = 0$) angenommen werden können. Im dargestellten Zustand ist der Quader spannungsfrei. Über zwei Stempel wird der Quader mit Hilfe der Kräfte F_x in x-Richtung und F_z in z-Richtung zusammengedrückt.

a) Geben Sie die Normalspannungen σ_x, σ_y, σ_z und die Dehnungen ε_x, ε_y und ε_z im verformten Zustand in den dafür vorgesehenen Kästchen an.

b) Berechnen Sie, wie groß das Verhältnis von F_x zu F_z sein muss, sodass die Höhe des Quaders im Vergleich zum Ausgangszustand unverändert ist ($\Delta c = 0$). Tragen Sie Ihr Ergebnis in das dafür vorgesehene Kästchen ein.

Gegeben: a, b, c, E, ν, F_x, F_z, $\mu = 0$



$\sigma_x =$

$\varepsilon_x =$

$\sigma_y =$

$\varepsilon_y =$

$\sigma_z =$

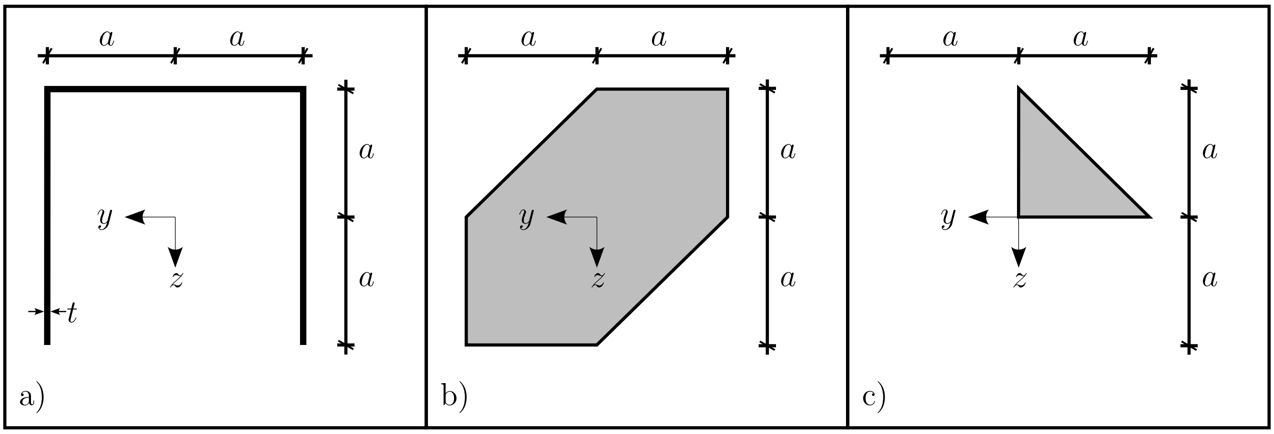
$\varepsilon_z =$

$\dfrac{F_x}{F_z} =$

Kurzfrage 3 [3 Punkte]

Gegeben sind die folgenden 3 Querschnitte. Ist eine Wanddicke t angegeben, so handelt es sich um einen dünnwandigen Querschnitt ($t \ll a$). Kreuzen Sie in der unten stehenden Tabelle für die Querschnitte a) bis c) an, ob das Flächendeviationsmoment I_{yz} bezüglich der gegebenen y, z-Koordinatensysteme 0 oder von 0 verschieden ist. Aufgabenteile, in denen nicht genau eine Option angekreuzt wird, werden mit 0 Punkten bewertet.

Gegeben: $a,\ t\ \ (t \ll a)$

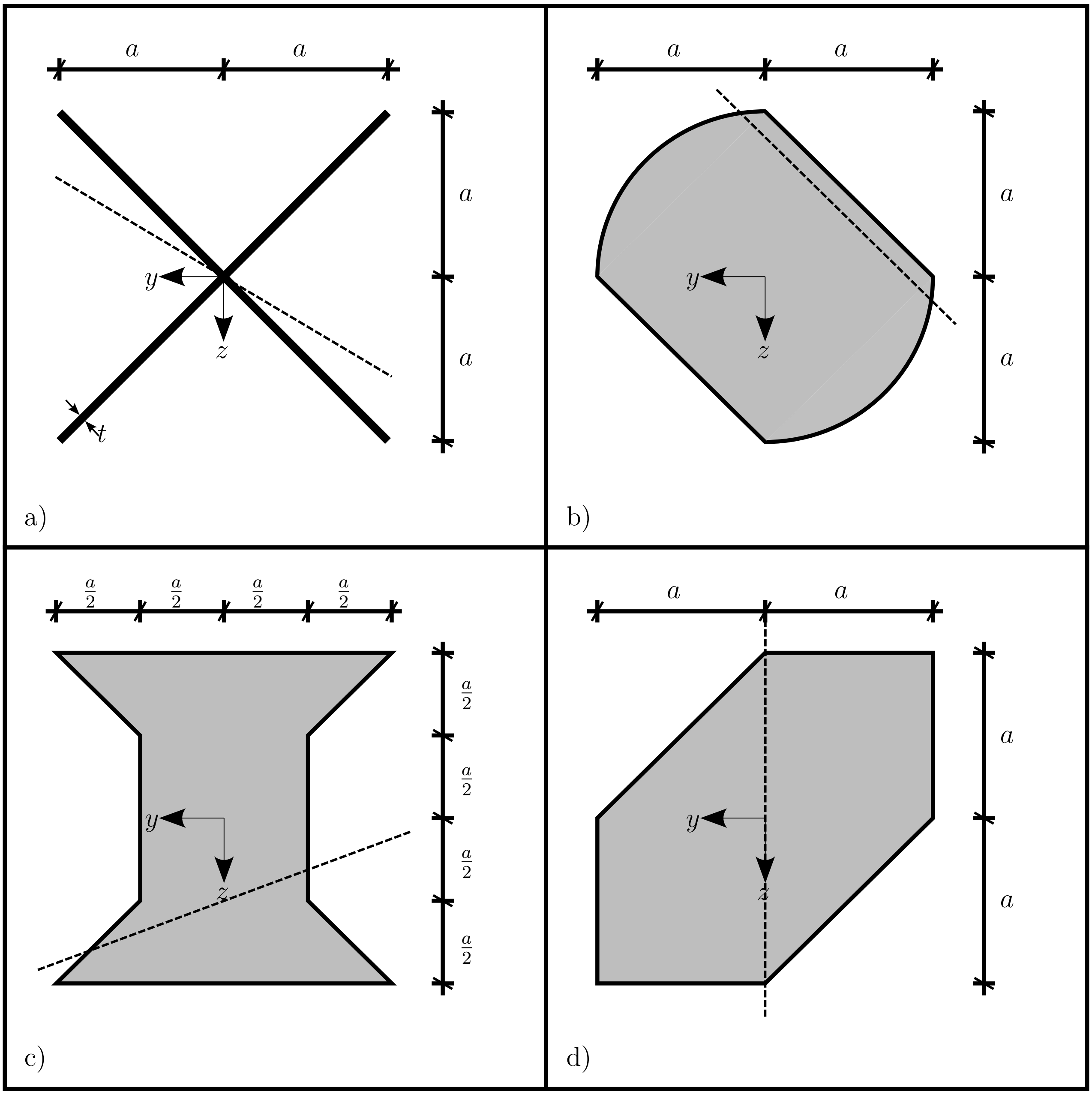


	$I_{yz} = 0$	$I_{yz} \neq 0$
a)		
b)		
c)		

Kurzfrage 4 [4 Punkte]

Gegeben sind die folgenden 4 Querschnitte. Ist eine Wanddicke t angegeben, so handelt es sich um einen dünnwandigen Querschnitt ($t \ll a$). In jedem der Querschnitte herrscht eine lineare Normalspannungsverteilung. Die Nulllinien dieser Normalspannungsverteilungen sind für jeden Querschnitt durch eine gestrichelte Linie gekennzeichnet. Markieren Sie in den abgebildeten Querschnitten die Stellen, an denen die Normalspannung σ_x für den jeweiligen Querschnitt betragsmäßig maximal ist. Für jede Teilaufgabe wird genau dann ein Punkt vergeben, wenn alle gesuchten Stellen und keine weiteren markiert wurden.

Gegeben: $a,\ t\ \ (t \ll a)$

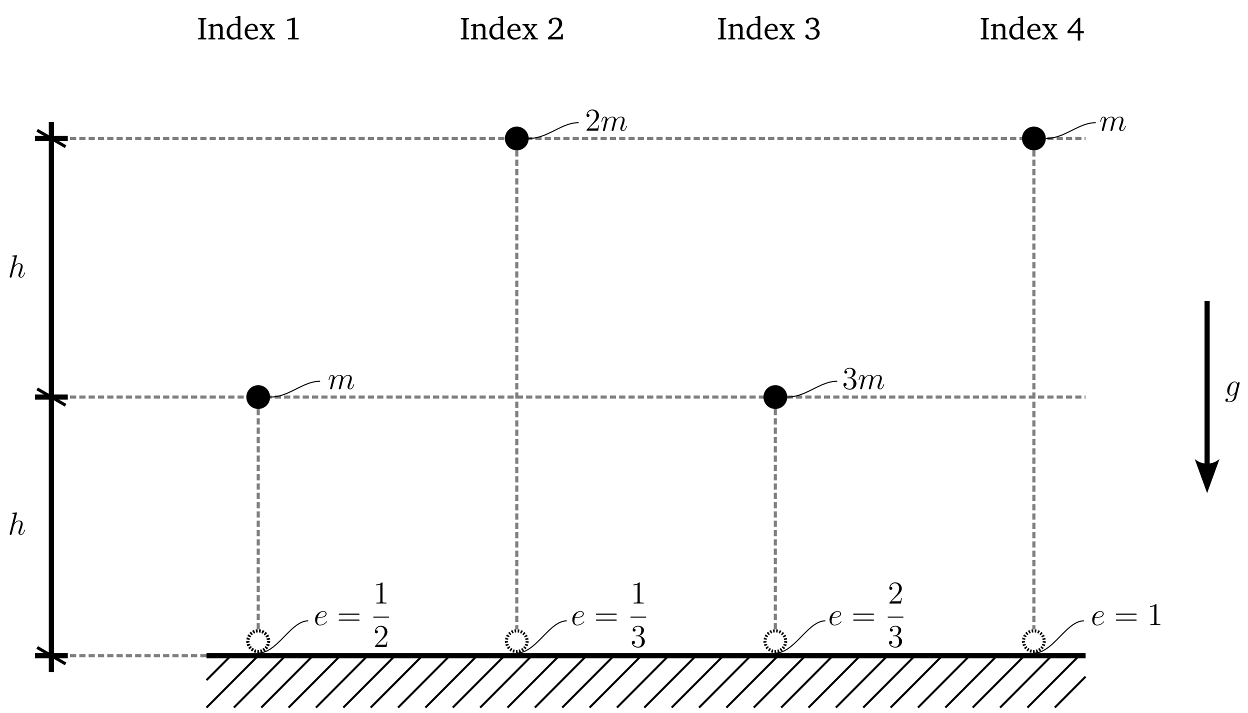


Kurzfrage 5 [3 Punkte]

Vier Massenpunkte mit verschiedenen Massen werden aus verschiedenen Höhen aus der Ruhe losgelassen und stoßen dann gegen die Unterlage mit verschiedenen Stoßzahlen.

Sortieren Sie die kinetischen Energien $\overline{E}_1$, $\overline{E}_2$, $\overline{E}_3$ und $\overline{E}_4$ der Punktmassen unmittelbar nach dem Stoß nach der Größe, indem Sie die zugehörigen Indizes in die Ungleichung unten eintragen.

Gegeben: $m,\ g,\ h,\ m_1 = m,\ m_2 = 2m,\ m_3 = 3m,\ m_4 = m,\ h_1 = h,\ h_2 = 2h,\ h_3 = h,\ h_4 = 2h,$ $e_1 = \frac{1}{2},\ e_2 = \frac{1}{3},\ e_3 = \frac{2}{3},\ e_4 = 1$

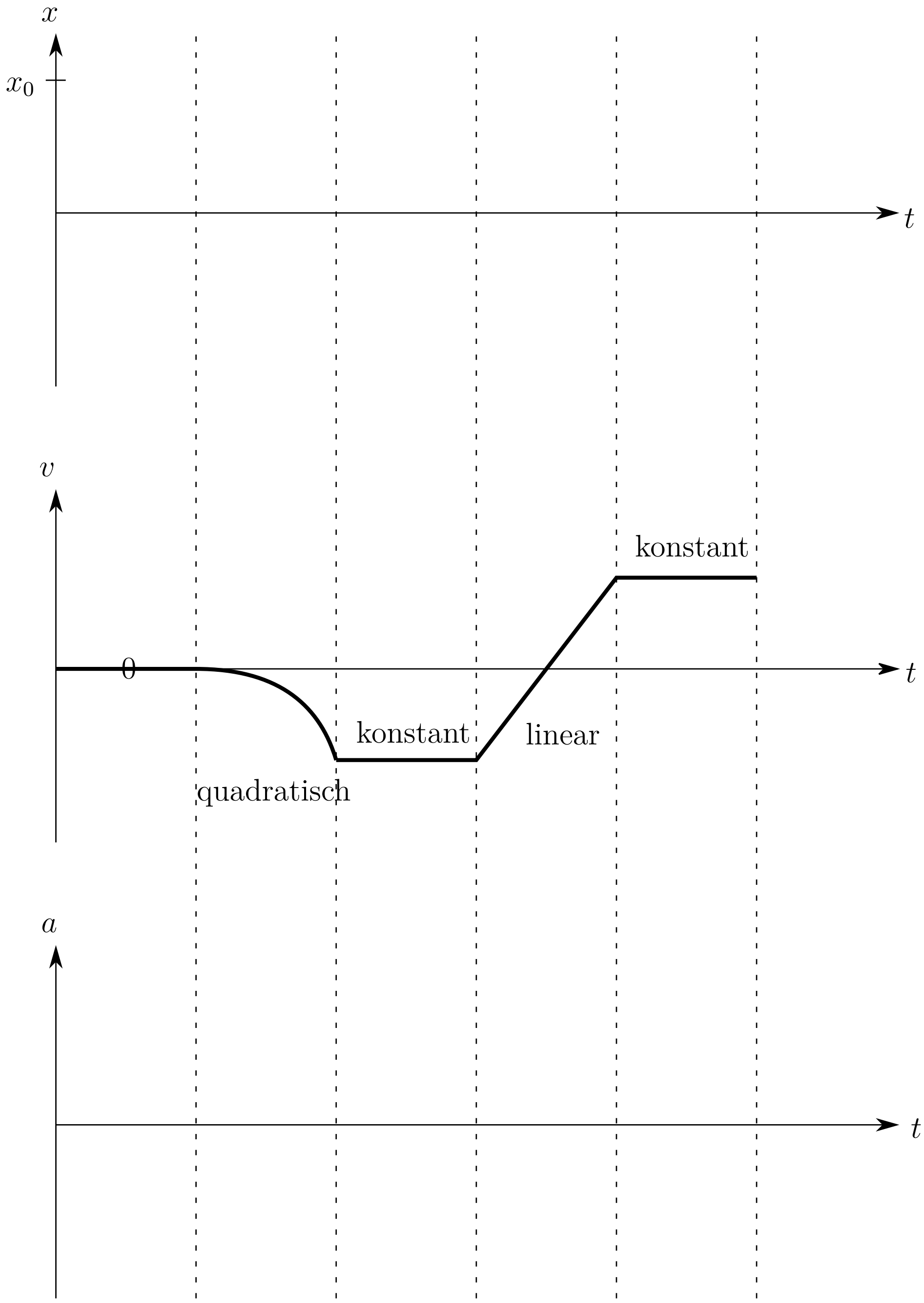


$$\boxed{\overline{E}\quad} > \boxed{\overline{E}\quad} > \boxed{\overline{E}\quad} > \boxed{\overline{E}\quad}$$

Kurzfrage 6 [5 Punkte]

Gegeben ist das skizzierte Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm $v(t)$. Skizzieren Sie qualitativ das zugehörige Weg-Zeit-Diagramm $x(t)$ und das Beschleunigungs-Zeit-Diagramm $a(t)$ in die folgende Abbildung. Beschriften Sie zudem die Art der Verläufe (Null, konstant, linear, quadratisch, ...).

Gegeben: $x(t = 0) = x_0$



Kurzfrage 7 [6 Punkte]

Ein Punkt P bewegt sich in der Ebene entlang einer Bahn

$$\vec{r}(s(t)) = -\frac{\sqrt{2}}{2}s(t)\vec{e}_x + \frac{\sqrt{2}}{2}s(t)\vec{e}_y,$$

wobei x und y die Koordinaten eines kartesischen Koordinatensystems sind. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich der Punkt bei $s(t = 0) = 0$ und hat eine Bahngeschwindigkeit von $v_0 > 0$. Der Punkt wird mit einer konstanten Bahnbeschleunigung mit Betrag $a_0 > 0$ abgebremst, bis er zum Stillstand kommt. Berechnen Sie

a) die Zeit Δt, die bis zum Stillstand des Punktes vergeht, und

b) die Position des Punktes P, nachdem er zum Stillstand gekommen ist, sowohl in kartesischen Koordinaten als auch Polarkoordinaten, das heißt $x(t = \Delta t)$, $y(t = \Delta t)$, $r(t = \Delta t)$ und $\varphi(t = \Delta t)$

und tragen Sie Ihre Ergebnisse in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

Gegeben: $v_0 > 0$, $a_0 > 0$

$\Delta t =$

$x(t = \Delta t) =$

$y(t = \Delta t) =$

$r(t = \Delta t) =$

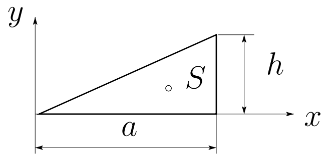
$\varphi(t = \Delta t) =$

TU Darmstadt
FG Kontinuumsmechanik
FB Bau- und Umweltingenieurwissenschaften

Schwerpunktskoordinaten von Flächen

Rechtwinkliges Dreieck

$$A = \frac{1}{2}\, a\, h$$

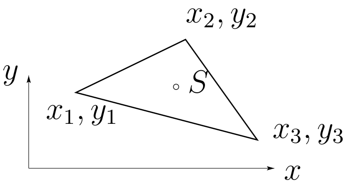


$$x_S = \frac{2}{3}\, a$$

$$y_S = \frac{1}{3}\, h$$

Beliebiges Dreieck

$$A = \frac{1}{2}[(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)]$$



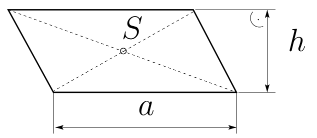
S liegt im Schnittpunkt der Seitenhalbierenden

$$x_S = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$y_S = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3)$$

Parallelogramm

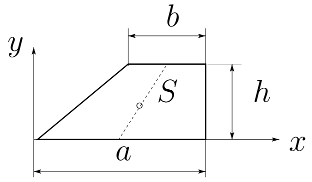
$$A = a\, h$$



S liegt im Schnittpunkt der Diagonalen

Trapez

$$A = \frac{1}{2} h\, (a + b)$$

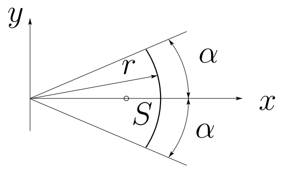


S liegt auf der Seitenhalbierenden

$$y_S = \frac{h}{3}\, \frac{a + 2b}{a + b}$$

Kreisausschnitt

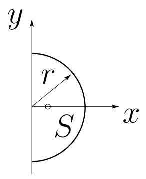
$$A = \alpha\, r^2$$



$$x_S = \frac{2}{3}\, r\, \frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

Halbkreis

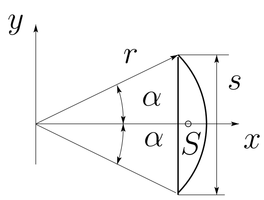
$$A = \frac{\pi}{2}\, r^2$$



$$x_S = \frac{4\, r}{3\, \pi}$$

Kreisabschnitt

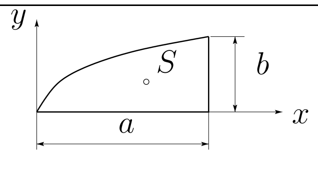
$$A = \frac{1}{2}\, r^2 (2\alpha - \sin 2\alpha)$$



$$x_S = \frac{s^3}{12A} = \frac{4}{3}\, r\, \frac{\sin^3\alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}$$

Quadratische Parabel

$$A = \frac{2}{3}\, a\, b$$

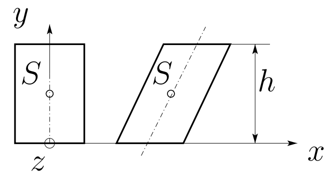


$$x_S = \frac{3}{5}\, a$$

$$y_S = \frac{3}{8}\, b$$

Schwerpunktskoordinaten homogener Körper

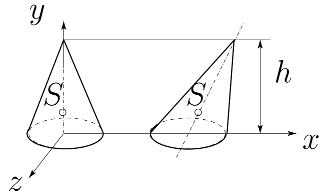
Gerades und schiefes Prisma mit parallelen Begrenzungsflächen



S liegt auf der Verbindungslinie der beiden Schwerpunkte der Begrenzungsflächen A

$$y_S = \frac{1}{2}\,h \qquad V = A\cdot h$$

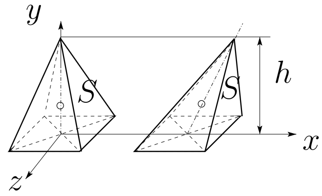
Gerader und schiefer Kegel



S liegt auf der Verbindungslinie zwischen der Spitze und dem Schwerpunkt der Grundfläche A

$$y_S = \frac{1}{4}\,h \qquad V = \frac{1}{3}A\cdot h$$

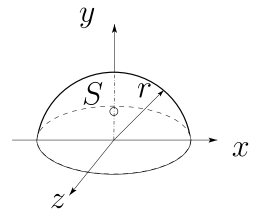
Gerade und schiefe Pyramide



S liegt auf der Verbindungslinie zwischen der Spitze und dem Schwerpunkt der Grundfläche A

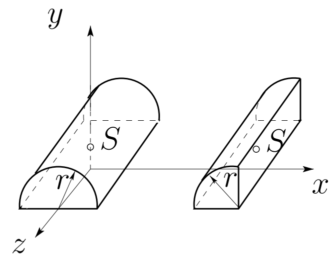
$$y_S = \frac{1}{4}\,h \qquad V = \frac{1}{3}A\cdot h$$

Halbkugel



$$y_S = \frac{3}{8}\,r \qquad V = \frac{2}{3}\pi r^3$$

Halb- und Viertelzylinder

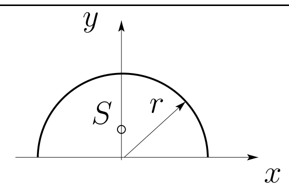


S liegt in der Schnittgeraden der beiden Symmetrieebenen im Abstand y_S von der Auflagefläche

$$y_S = \frac{4}{3\pi}\,r$$

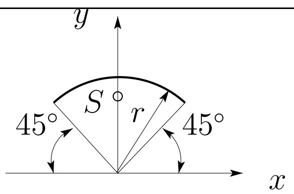
Schwerpunktskoordinaten von Linien

Halbkreisbogen



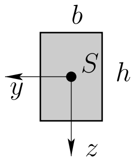
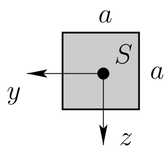
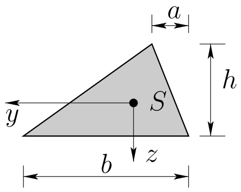
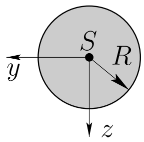
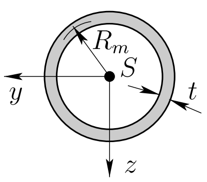
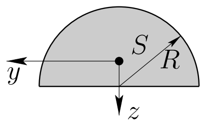
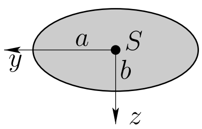
$$y_S = \frac{2}{\pi}\,r$$

Viertelkreisbogen

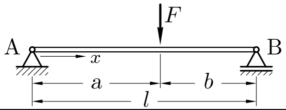
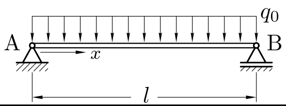
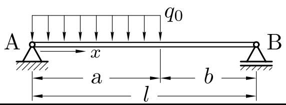
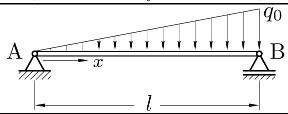
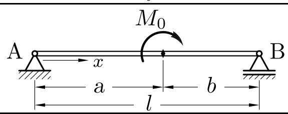
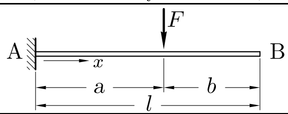
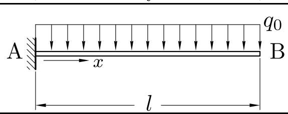
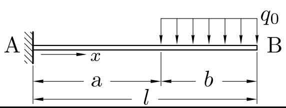
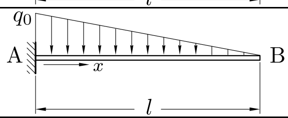
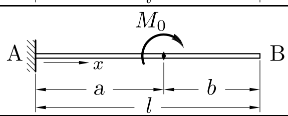


$$y_S = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\,r$$

FLÄCHENTRÄGHEITSMOMENTE

Fläche	I_y	I_z	I_{yz}	I_p
Rechteck 	$\frac{b\,h^3}{12}$	$\frac{h\,b^3}{12}$	0	$\frac{b\,h}{12}(h^2+b^2)$
Quadrat 	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{12}$	0	$\frac{a^4}{6}$
Dreieck 	$\frac{b\,h^3}{36}$	$\frac{b\,h}{36}(b^2-ba+a^2)$	$\frac{b\,h^2}{72}(b-2a)$	$\frac{b\,h}{36}(h^2+b^2-ba+a^2)$
Kreis 	$\frac{\pi R^4}{4}$	$\frac{\pi R^4}{4}$	0	$\frac{\pi R^4}{2}$
dünner Kreisring $t \ll R_M$ 	$\pi R_m^3\,t$	$\pi R_m^3\,t$	0	$2\pi R_m^3\,t$
Halbkreis 	$\frac{R^4}{72\pi}(9\pi^2-64)$	$\frac{\pi R^4}{8}$	0	$\frac{R^4}{36\pi}(9\pi^2-32)$
Ellipse 	$\frac{\pi}{4}a\,b^3$	$\frac{\pi}{4}b\,a^3$	0	$\frac{\pi a\,b}{4}(a^2+b^2)$

BIEGELINIENTAFEL

Nr.	Lastfall	EI w'_A	EI w'_B	EI $w(x)$	EI $w_\max$
1		$\frac{Fl^2}{6}\,(\beta-\beta^3)$	$-\frac{Fl^2}{6}\,(\alpha-\alpha^3)$	$\frac{Fl^3}{6}\left[\beta\xi\,(1-\beta^2-\xi^2)+\langle\xi-\alpha\rangle^3\right]$	$\frac{Fl^3}{48}$ für $a=b=\frac{l}{2}$
2		$\frac{q_0\,l^3}{24}$	$-\frac{q_0\,l^3}{24}$	$\frac{q_0\,l^4}{24}\,(\xi-2\xi^3+\xi^4)$	$\frac{5q_0\,l^4}{384}$
3		$\frac{q_0\,l^3}{24}\,(1-\beta^2)^2$	$\frac{q_0\,l^3}{24}\left[4(1-\beta^3)-6(1-\beta^2)+(1-\beta^2)^2\right]$	$\frac{q_0\,l^4}{24}\left[\xi^4-\langle\xi-\alpha\rangle^4-2(1-\beta^2)\xi^3+(1-\beta^2)^2\xi\right]$	
4		$\frac{7q_0\,l^3}{360}$	$-\frac{q_0\,l^3}{45}$	$\frac{q_0\,l^4}{360}\,(7\xi-10\xi^3+3\xi^5)$	
5		$\frac{M_0\,l}{6}\,(3\beta^2-1)$ $\left[-\frac{M_0\,l}{6}\text{ für }b=0\right]$	$\frac{M_0\,l}{6}\,(3\alpha^2-1)$ $\left[\frac{M_0\,l}{3}\text{ für }b=0\right]$	$\frac{M_0\,l^2}{6}\left[\xi\,(3\beta^2-1)+\xi^3-3\,\langle\xi-\alpha\rangle^2\right]$	$\frac{\sqrt{3}M_0\,l^2}{27}$ für $a=0$
6		0	$\frac{F\,a^2}{2}$	$\frac{Fl^3}{6}\left[3\xi^2\alpha-\xi^3+\langle\xi-\alpha\rangle^3\right]$	$\frac{Fl^3}{3}$ für $a=l$
7		0	$\frac{q_0\,l^3}{6}$	$\frac{q_0\,l^4}{24}\,(6\xi^2-4\xi^3+\xi^4)$	$\frac{q_0\,l^4}{8}$
8		0	$\frac{q_0\,l^3}{6}\beta\,(\beta^2-3\beta+3)$	$\frac{q_0\,l^4}{24}\left[\langle\xi-\alpha\rangle^4-4\beta\xi^3+6\beta\,(2-\beta)\xi^2\right]$	
9		0	$\frac{q_0\,l^3}{24}$	$\frac{q_0\,l^4}{120}\,(10\xi^2-10\xi^3+5\xi^4-\xi^5)$	$\frac{q_0\,l^4}{30}$
10		0	$M_0\,a$	$\frac{M_0\,l^2}{2}\left[\xi^2-\langle\xi-\alpha\rangle^2\right]$	$\frac{M_0\,l^2}{2}$ für $a=l$

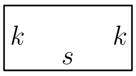
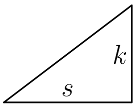
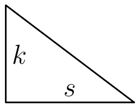
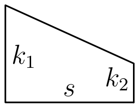
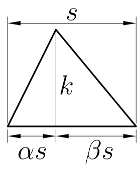
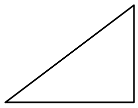
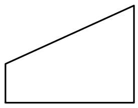
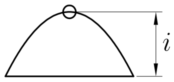
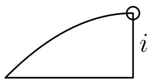
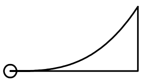
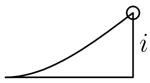
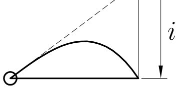
Erklärung: $\xi=\frac{x}{l}$, $\alpha=\frac{a}{l}$, $\beta=\frac{b}{l}$, EI = const, $w'=\frac{dw}{dx}=\frac{1}{l}\,\frac{dw}{d\xi}$, $\langle\xi-\alpha\rangle^n=\begin{cases}(\xi-\alpha)^n & \text{für } \xi>\alpha\\ 0 & \text{für } \xi\le\alpha\end{cases}$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

TU Darmstadt
FG Kontinuumsmechanik
FB Bau- und Umweltingenieurwissenschaften

TAFEL der INTEGRALE

$$\int_0^s M_i M_k \, dx$$

M_k / M_i	 k, s, k	 s, k	 k, s	 k_1, s, k_2	 s, k, αs, βs
1  i i	sik	$\frac{1}{2}\,sik$	$\frac{1}{2}\,sik$	$\frac{1}{2}\,si\,(k_1+k_2)$	$\frac{1}{2}\,sik$
2  i	$\frac{1}{2}\,sik$	$\frac{1}{3}\,sik$	$\frac{1}{6}\,sik$	$\frac{1}{6}\,si\,(k_1+2k_2)$	$\frac{1}{6}\,sik\,(1+\alpha)$
3  i_1 i_2	$\frac{1}{2}\,s\,(i_1+i_2)\,k$	$\frac{1}{6}\,s\,(i_1+2i_2)\,k$	$\frac{1}{6}\,s\,(2i_1+i_2)\,k$	$\frac{1}{6}\,s\,(2i_1k_1 +2i_2k_2+i_1k_2 +i_2k_1)$	$\frac{1}{6}\,s\left\{(1+\beta)\,i_1 + (1+\alpha)\,i_2\right\}k$
quadratisch 4  i	$\frac{2}{3}\,sik$	$\frac{1}{3}\,sik$	$\frac{1}{3}\,sik$	$\frac{1}{3}\,si\,(k_1+k_2)$	$\frac{1}{3}\,sik\,(1+\alpha\beta)$
quadratisch 5  i	$\frac{2}{3}\,sik$	$\frac{5}{12}\,sik$	$\frac{1}{4}\,sik$	$\frac{1}{12}\,si \cdot (3k_1+5k_2)$	$\frac{1}{12}\,sik \cdot (5-\beta-\beta^2)$
quadratisch 6  i	$\frac{1}{3}\,sik$	$\frac{1}{4}\,sik$	$\frac{1}{12}\,sik$	$\frac{1}{12}\,si \cdot (k_1+3k_2)$	$\frac{1}{12}\,sik \cdot (1+\alpha+\alpha^2)$
kubisch 7  i	$\frac{1}{4}\,sik$	$\frac{1}{5}\,sik$	$\frac{1}{20}\,sik$	$\frac{1}{20}\,si \cdot (k_1+4k_2)$	$\frac{1}{20}\,sik \cdot (1+\alpha)(1+\alpha^2)$
kubisch 8  i	$\frac{3}{8}\,sik$	$\frac{11}{40}\,sik$	$\frac{1}{10}\,sik$	$\frac{1}{40}\,si \cdot (4k_1+11k_2)$	$\frac{1}{10}\,sik \cdot (1+\alpha+\alpha^2-\frac{\alpha^3}{4})$
kubisch 9  i	$\frac{1}{4}\,sik$	$\frac{2}{15}\,sik$	$\frac{7}{60}\,sik$	$\frac{1}{60}\,si \cdot (7k_1+8k_2)$	$\frac{1}{20}\,sik \cdot (1+\alpha)(\frac{7}{3}-\alpha^2)$

Quadratische Polynome: kennzeichnen die Scheitelpunkte
Kubische Polynome: kennzeichnen die Nullstelle der Dreiecksbelastung $q(x)$

Trapeze: $i-$ und $k-$ Koordinaten können auch negativ eingesetzt werden